

1. Основни pojmovi kinematike.

Kinematika je deo mehanike koja proučava kretanje meh. tela, bez uzimanja u obzir fizikalnih materijalnih, kao ni uzroka kretanja. Počinje se i geometrijskim kretanjem.

Model koji se proučava u kinematici počinje se krivom mesta i predstavljaju mesto koje zauzima svoj geometrijski oblik u datom vremenu pri datom drugom mesta na veka.

Mestotičko kretanje je poizvodni oblik kretanja u prostoru i određuje neprekidnu promenu položaja u prostoru i vremenu jednog mesta u odnosu na drugo. Isto drugo mesto u odnosu na koje se određuje kretanje počinje se osnovno mesto. (O.T.)

Polazna tačka mesta miruje u odnosu na osnovno mesto ako se u istom vremenu ne menja njegov položaj u odnosu na osnovno mesto.

Polazna tačka mesta se kreće u odnosu na osnovno mesto ako se u istom vremenu menja njegov položaj u odnosu na osnovno mesto.

(Pojmovi položaja i kretanja su relativni jer zavise od izbora O.T.)

Apsolutno kretanje/mir - Polazna se kretanje u odnosu na nepokretno O.T.

Relativno kretanje/mir - izolovano - II - lokalno O.T.

Konkretno je određeno da se apsolutno kretanje/mir odnosi na Zemlju.

Prostor u mehanici je euclidovski i može se opisati osnovnim aksiomima u euclidovskoj geometriji. Kao što je, neopređen i neograničen od osećanja koji se u njemu nalaze. U svakom prostoru je moguće uočiti osnove samo u odnosu na neko drugo mesto, pa se koristi O.T.

Kinematika u obliku krivih i krivih.

Vreme je skalar veličina, ima jednu dimenziju i određuje osnovni oblik. Vreme neprekidno, ravnomerno i neograničeno od osnovne i osnovne može se kretanje formirati. Vreme se uzima za neograničenu promenu, a sve ostale promene se odnose kao funkcija vremena.

- * Криво време - мех. модел може се криво време израчунати у кин. τ неизменљивој одмери зајемити.
 - * Потко- време време димензије, да се исто оброто не уграду одмир.
 - * Мех. време - временна интервалу једнакост у односу по групијој токов брине
 - * Референтно време - време у односу на базу брине уједнакост и брине систем референце.
- кад. систем оброто закон за О.Т.
- * Основне величине у кинематици:

1. Време - t [s]

- ↳ Абсолутан интервал ($t_0=0$) - интер од када се мери време
- ↳ Одређени интервал (t) - интер време од t_0
- ↳ Временски интервал ($\Delta t = t_2 - t_1, t_2 > t_1$)

2. Дужина

- Основна јед. је (m) метар.

- * Закон криво време или законне г-не криво време израчунавају зависност основу које можемо одређити једној одмери у сваком интервалу брине

* Основни закон кинематике:

1. Одређене г-на криво

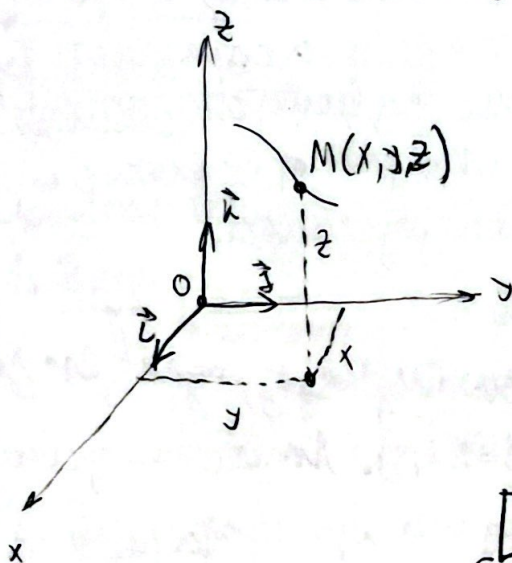
2. Одр. карактеристика постојећег тела:

- ↳ Прозирност (оштрост) - карактеристика тврдоћа ивица коју оброто важе оштрост закон криво у градијенту.
- ↳ Брзина
- ↳ Убрзање

- * Поткоједно једно једној имену гла уградијој једној важе.

3.а) Декартови координате

- Декарт. коор. систем има 3 меѓуседно управне осе Ox, Oy, Oz
Има 3 конформни декартови единични вектори $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.



Позициј се одреден со своите координати (x, y, z) .

Кривите во време M се одредуваат со коор. осе.

Познато е што се познати параметрите на кривите и времената. Соодветно (x, y, z) се декартови, цилиндрични и сферични гло. Оваа диференцијална ϕ се генерира.

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$$

Конкретно y -не времетрае

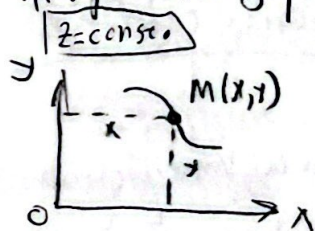
- Нивото на кривата x, y, z го дава се елиминираме параметарот (t) $t = f(z)$

$$x = x[f(z)], y = y[f(z)]$$

Зодување y -не се елиминираме параметарот. У високост $f(z)$ на ниво се менаџира.

Затоа менаџира $f(z)$ на ниво $t \geq 0$ се израженија.

* Кривите y падеат Ox



$$\begin{matrix} x = x(t) \\ y = y(t) \end{matrix}$$

Затоа времетрае

$$x = x(y)$$

Менаџира

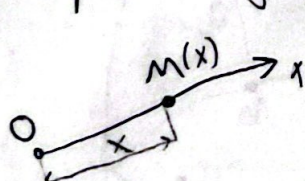
- Изразенија се гло менаџира $t \geq 0$

Познати $t_0 = 0$, па се познати координатите:

$$x_0 = x(t_0), y_0 = y(t_0)$$

- Сепак се дава изражен времетра познати генерира.

* Познати времетра Ox

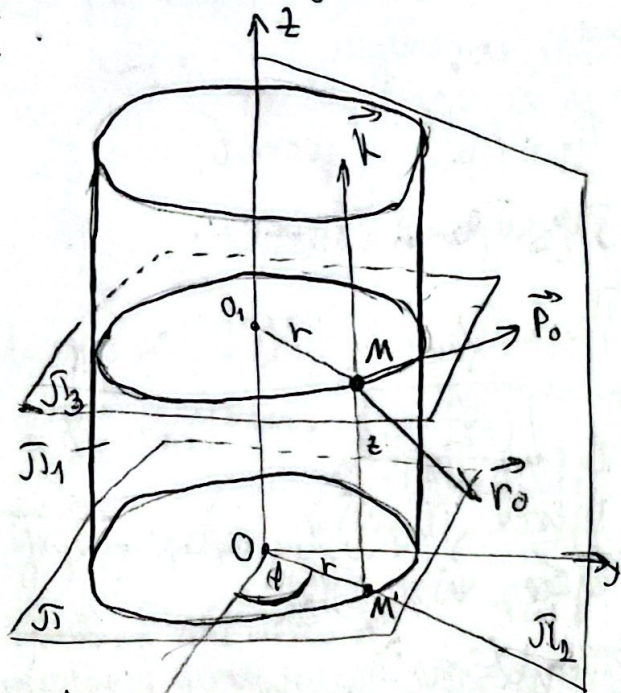


$$\begin{matrix} y = \text{const.} \\ z = \text{const.} \end{matrix}$$

$$x = x(t)$$

3.6) Параметризации. Параметри

I.



- координатна ос l, z и $\vec{\Pi}_1$ је
одн. мерило $\vec{r}$ и $\vec{r} = \text{const.}$
По којој се мерило $\vec{r}$ одређује.

- коор. ос r, z и $\vec{\Pi}_2 \rightarrow l = \text{const.}$

- коор. ос r, l и $\vec{\Pi}_3 \rightarrow z = \text{const.}$

r -коор. мерило у $\vec{\Pi}_2$ и $\vec{\Pi}_3$

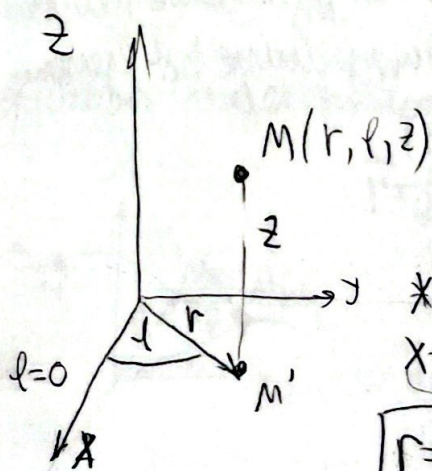
l -коор. мерило у $\vec{\Pi}_1$ и $\vec{\Pi}_3$

z -коор. мерило у $\vec{\Pi}_1$ и $\vec{\Pi}_2$

$l=0$

Координатне осе су одређене јединичним векторима $\vec{r}_0, \vec{l}_0$ и $\vec{z}_0$
који су међусобно угађени, а $\vec{r}_0$ је одређен $\vec{r}$ и $\vec{l}_0$ је одређен $\vec{l}$.

Параметризујемо M одређен је координатима (r, l, z) које
се поклапају са координатима (r, l, z) које
се поклапају са координатима (r, l, z) које
се поклапају са координатима (r, l, z) које



Параметризујемо M одређено је M које су M које
непараметризујемо M које су M које
непараметризујемо M које су M које
непараметризујемо M које су M које

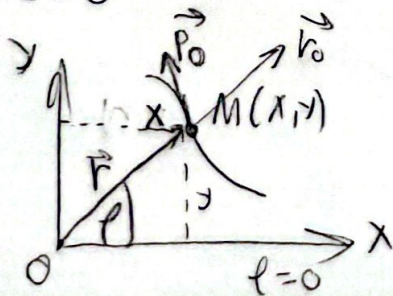
* $\vec{r}_0$ је $\vec{r}$ и $\vec{l}_0$ је $\vec{l}$ и $\vec{z}_0$ је $\vec{z}$

$x = r \cos l$ $y = r \sin l$ $z = z$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad l = \text{Arctg} \frac{y}{x} \quad z = z$$

II Параметри

$z=0$



$$r = r(t) \quad l = l(t)$$

затим $\vec{r}$.

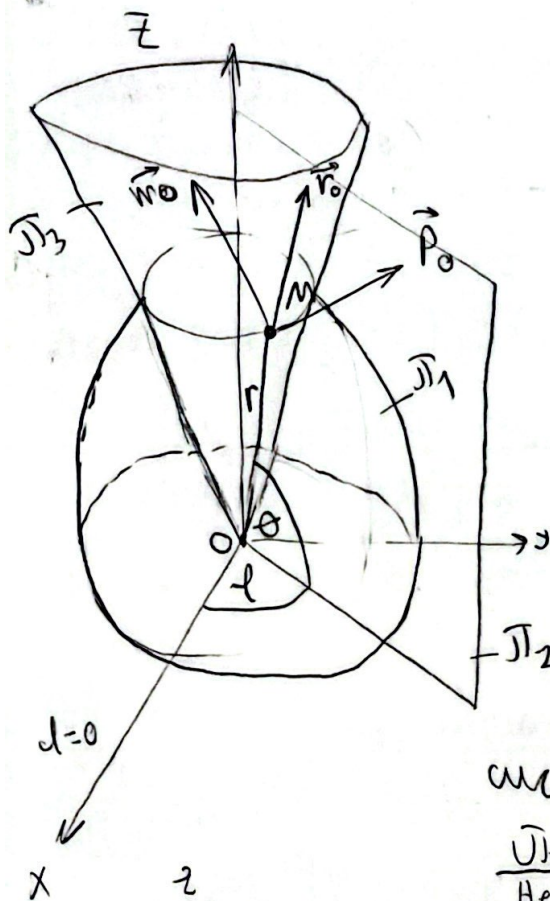
Ако $\vec{r}_0$ је $\vec{r}$ и $\vec{l}_0$ је $\vec{l}$ и $\vec{z}_0$ је $\vec{z}$

онда: $x = r \cos l$ $y = r \sin l$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad l = \text{Arctg} \frac{y}{x}$$

l је $\vec{l}$ и $\vec{z}_0$ је $\vec{z}$

3.с) Сферте координат



Получим:

- $\mathcal{P}_1 \rightarrow \{r, \theta, \phi\}, r = \text{const.}$
- $\mathcal{P}_2 \rightarrow \{r, \theta, \phi\}, \theta = \text{const.}$
- $\mathcal{P}_3 \rightarrow \{r, \theta, \phi\}, \phi = \text{const.}$

loop. wijze:

- г - через π_2 и π_3
- л - через π_1 и π_3
- о - через π_1 и π_2

- II₂ Vozg. ose su optezene jednakim momentima
 $\vec{P}_0, \vec{P}_1$ i t₀ Voz su jednako usloveni, da se
 smenjuju optezenosti

Потенцијал је одређен симболичким векторима (r, φ, θ) које се
Нормализује по д. Јединице, моралним уџас и теоретичко
ширина.

Кривотке шамне одредено је ако су познате непрени
и покупе два бува хиперингулне ф е срени

$$[r=r(t), \varphi=\varphi(t), \theta=\theta(t)]$$

полюс первого шара

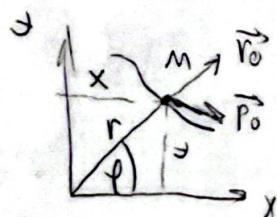
Аналог O_x беріміні $q=0$ отыры:

$$x = r \cos \theta \cos \phi \quad y = r \sin \theta \cos \phi \quad z = r \sin \theta$$

Исходные формулы:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \theta = \arctan \frac{y}{x} \quad \phi = \arcsin \frac{z}{r}$$

* Ако је $\theta = 0$ онда је то једнакост



$$\begin{aligned} r &= r(t) \\ l &= l(t) \end{aligned}$$

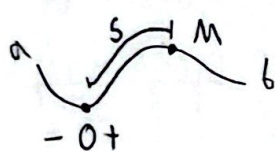
Zeilen v.

Ans of Q_x → $l=0$ only:

$$x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta \quad \theta = 0$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \varphi = \text{Arctg} \frac{y}{x}$$

4. Приради Нашин одредбука кривој линије



Путева линија М је крива а б. За да се одреди јачина кривој линије се крива а б за координатну линију. Бира се коор. јачина О одатке се мерити линија коор. S
Јачина линије одређује линијски координат

$$S = \widehat{OM}$$

Линија коор. је једнотачина, неједнотачина и познате два брзина дуп. ф-ја времена. $S = f(t)$

Јачина кривој линије

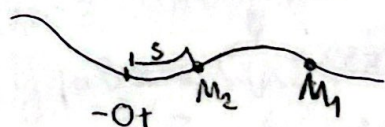
- Укупна дужина кривој линије: $S = \sum_{i=1}^n |\Delta s_i|$

- Ограничен Δs_i јачина О: $S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n |\Delta s_i| = \int_{t_1}^{t_2} |ds|$

Јачина $ds = \dot{f}(t) dt$ јачина одређује кривој линије: $S = \int_{t_1}^{t_2} |\dot{f}(t)| dt$

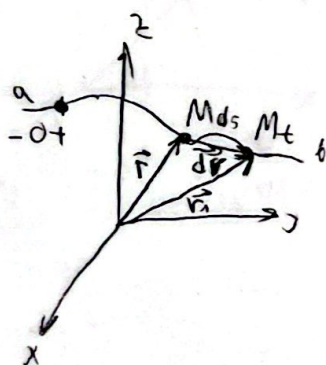
Важно је напоменути разлику између јачина кривој линије (s) и дужине кривој линије (S).

$$S = \widehat{OM_2}$$



$$S = \widehat{OM_1} + \widehat{M_1M_2}$$

* Бира се декартов систем координата



$$\vec{r} + d\vec{r} = \vec{r}_1$$

← јачина и. јачина

$$dx = \frac{dx}{dt} \cdot dt = \dot{x} dt$$

$$dy = \dot{y} dt$$

$$dz = \dot{z} dt$$

$$ds^2 = dr^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r}$$

$$d\vec{r} = dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k}$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

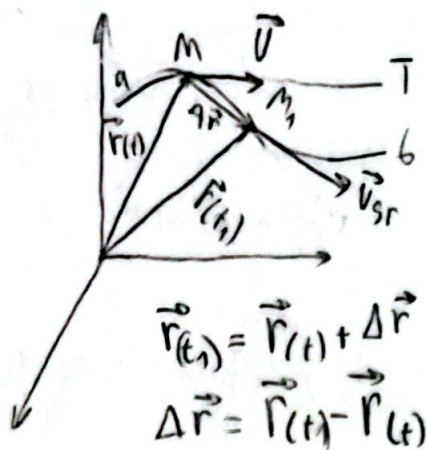
$$ds = \pm \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

$$ds = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} dt$$

$$\int_{s_0}^s ds = \pm \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} dt$$

$$S(t) = S_0 \pm \int_{t_0}^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} dt$$

5. Векторни начин описивања дрине



Означујемо векторно описивање дрине $\Delta \vec{r}$ и
 просечно векторно описивање дрине $\vec{V}_{sr}$ и средњу дрину

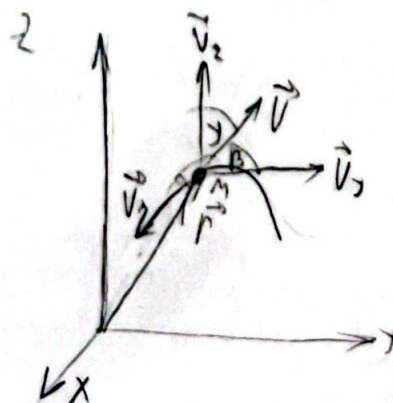
$$\vec{V}_{sr} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t_1) - \vec{r}(t)}{t_1 - t}$$

Вектор $\vec{V}_{sr}$ има величину $|\Delta \vec{r}|$, а дугачине је Δt и смер је $\Delta \vec{r}$.
 Када Δt иде ка нули, средња дрину иде ка дрини $\vec{V}$.

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{V}_{sr} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

Вектор дрине $\vec{V}$ је гласовно описивање дрине у сваком тренутку. Његова величина је $|\vec{V}|$, а смер је $\vec{V}$.
 Његова величина је $|\vec{V}|$, а смер је $\vec{V}$.
 [V] = LT⁻¹ или $\frac{m}{s}$

6. Анализа векторног описивања дрине



$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$$

$$\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$$

$$[V_x = \dot{x}, V_y = \dot{y}, V_z = \dot{z}]$$

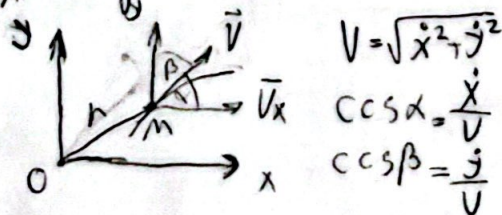
$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\dot{x}}{V}$$

$$\cos \beta = \frac{\dot{y}}{V}$$

$$\cos \gamma = \frac{\dot{z}}{V}$$

* Случај 2D

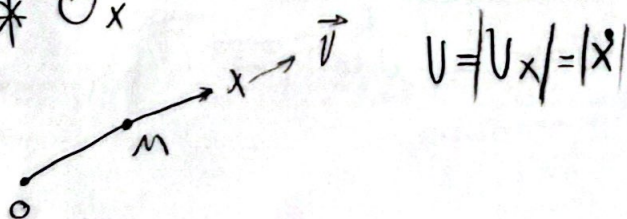


$$V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\dot{x}}{V}$$

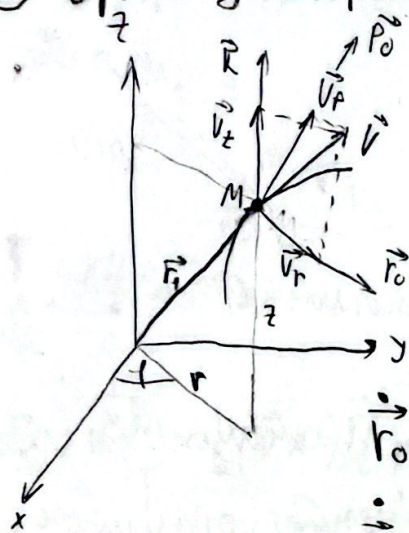
$$\cos \beta = \frac{\dot{y}}{V}$$

* Случај 1D



$$V = |V_x| = |\dot{x}|$$

7. Векторы скорости и ускорения в сферической системе координат.



$$\vec{r}_1 = r \vec{r}_0 + z \vec{z}_0 \quad \text{неупрощать}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}_1}{dt} = \dot{r} \vec{r}_0 + r \dot{\vec{r}}_0 + \dot{z} \vec{z}_0$$

$$\begin{cases} \vec{r}_0 = r_0 \cos \varphi \vec{e}_1 + r_0 \sin \varphi \vec{e}_2 \\ \vec{p}_0 = -r_0 \sin \varphi \vec{e}_1 + r_0 \cos \varphi \vec{e}_2 \end{cases} \quad r_0 = p_0 = 1$$

$$\dot{\vec{r}}_0 = \frac{d\vec{r}_0}{d\varphi} \cdot \dot{\varphi} = (-\sin \varphi \vec{e}_1 + \cos \varphi \vec{e}_2) \dot{\varphi} \Rightarrow \boxed{\dot{\vec{r}}_0 = \dot{\varphi} \vec{p}_0}$$

$$\dot{\vec{p}}_0 = \frac{d\vec{p}_0}{d\varphi} \cdot \dot{\varphi} = (-\cos \varphi \vec{e}_1 - \sin \varphi \vec{e}_2) \dot{\varphi} \Rightarrow \boxed{\dot{\vec{p}}_0 = -\dot{\varphi} \vec{r}_0}$$

$$\boxed{\vec{V} = \dot{r} \vec{r}_0 + r \dot{\varphi} \vec{p}_0 + \dot{z} \vec{z}_0}$$

$$\vec{V} = \vec{V}_r + \vec{V}_p + \vec{V}_z = V_r \vec{r}_0 + V_p \vec{p}_0 + V_z \vec{z}_0$$

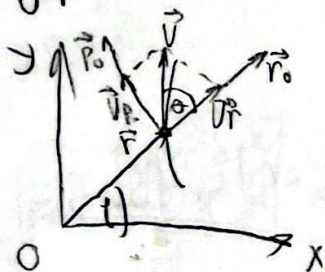
$V_r = \dot{r}$ - радиальная скорость

$V_p = r \dot{\varphi}$ - поперечная

$V_z = \dot{z}$ - осевая

$$\left. \begin{aligned} V &= \sqrt{V_r^2 + V_p^2 + V_z^2} = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2} \\ \cos \alpha &= \frac{V_r}{V}, \cos \beta = \frac{V_p}{V}, \cos \gamma = \frac{V_z}{V} \end{aligned} \right\}$$

* Угол между $\vec{V}$ и $\vec{r}_0$ (поперечная)



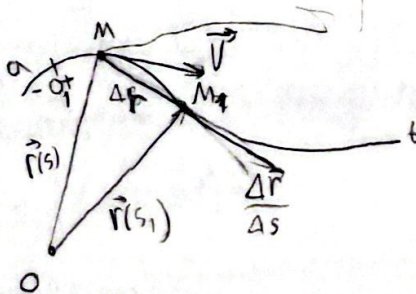
$$V = \sqrt{V_r^2 + V_p^2} = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{V_p}{V_r} = \frac{r \dot{\varphi}}{\dot{r}}$$

8. Векторы скорости и ускорения в криволинейной системе координат.

матрица t : $S = S(t) = \widehat{OM}$

$$t_1: S_1 = S(t_1) = \widehat{O_1 M_1} = S + \Delta S$$



$$\vec{r} = \vec{r}(s) = \vec{r}[s(t)]$$

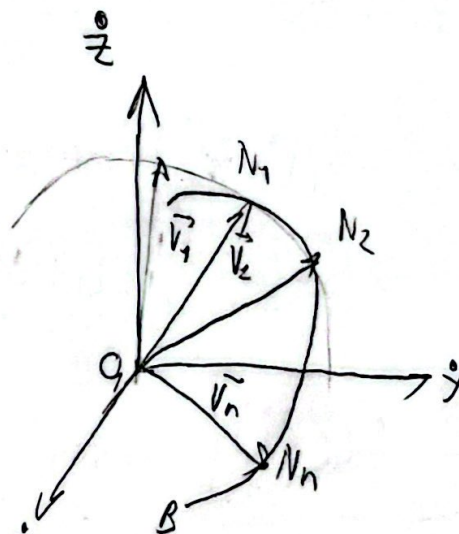
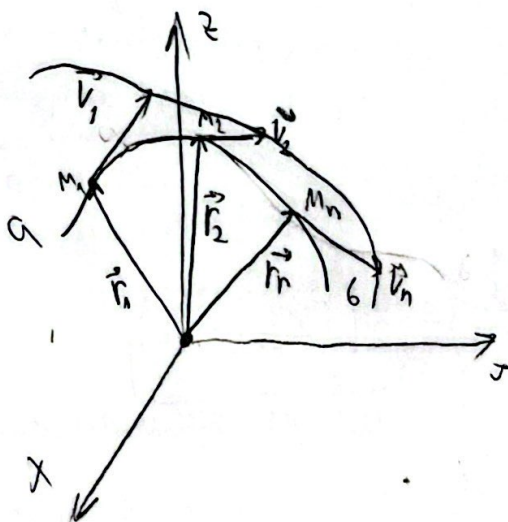
$$V = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \dot{s} \frac{d\vec{r}}{ds}$$

Полное ускорение определяется как $\frac{d\vec{V}}{dt}$ по формуле, используя цепное правило и производные

* У векторни вектор

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \vec{r}_0 & \vec{P}_0 & \vec{k} \\ \vec{r} & \vec{P} & \vec{k} \\ \vec{r} & \vec{r} & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (r^2 \dot{\varphi}) \vec{k} = S_z \vec{k}$$

10. Ходови диме



— Ёсменувачко нешто класификува вектор диме шем, наменето
из нешто нивојектот вода, којшто се ходови диме AB.

Прозекторизира шем се може постои ходови вектор основнога шем.

Ёсменувачко нешто класификува вектор диме шем постои и
одредокува основнога шем на шемови постои се вектор.

У шемови $Oxyz$ параметризација f -не ходови диме представоке
координате шем N ходови диме ниш f основној одреден вектор $\vec{v}$
и диме диме прозекторизира вектор диме на се шемови
вектор шемови.

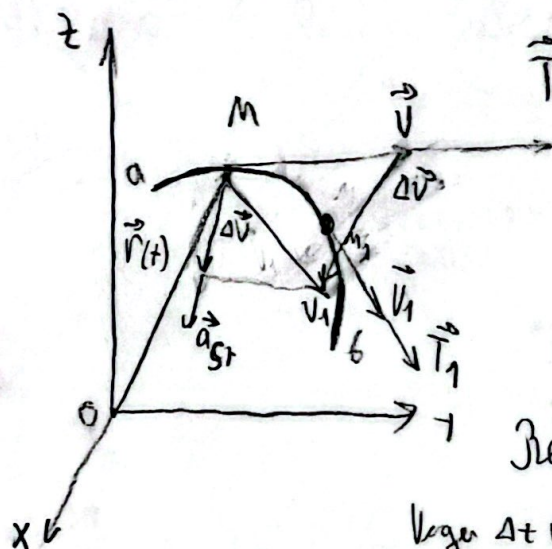
$$|\dot{x} = \dot{x}(t), \dot{y} = \dot{y}(t), \dot{z} = \dot{z}(t)|$$

• Ѕалезачи шемови прозекторизира диме шемови t

$$t = \hat{f}(\hat{z})$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \dot{x}[\hat{f}(\hat{z})] \\ \dot{y} &= \dot{y}[\hat{f}(\hat{z})] \end{aligned} \right\} \text{ у одреден се шемови ходови диме.}$$

11. Векторна определба уброна

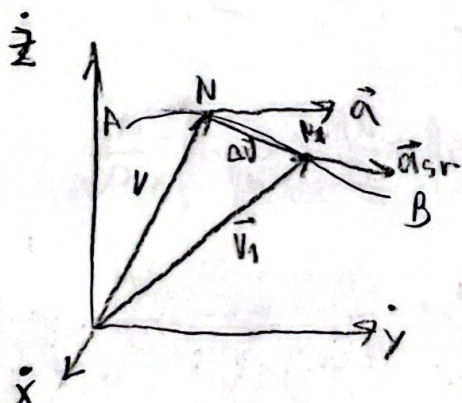


Патца Мукче се се уброна аб.
 у односу на t ; $\vec{r}, \vec{v}$
 у односу на t_1 : $t_1 = t + \Delta t$; $\vec{v}_1 = \vec{v}(t_1) = \vec{v} + \Delta \vec{v}$
 Однос промена $\Delta \vec{v}$ на Δt се средње
уброне. $\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}}{t_1 - t}$
 Вектор $\vec{a}_{sr}$ важи за Δt се са вектором $\Delta \vec{v}$.

Како Δt иде ка 0 годна се уброне у уброне.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_{sr} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

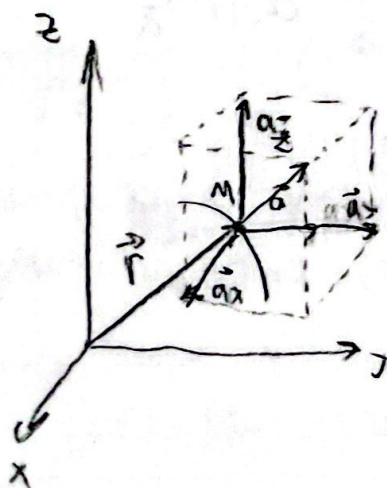
Вектор уброна важи у уброне сегмент се план уброне
дрине се дрине, односно граница уброне односно важи до
дрине. Уброна се у $[a] = [LT^{-2}]$



Вектор уброна важи уброне се уброне
 на сегмент дрине.

$$\vec{v}_M = \vec{r} = \vec{v}; \quad \vec{v}_N = \dot{\vec{r}} = \vec{a}$$

12. Анализа попут у дер.



$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

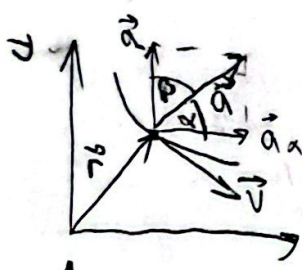
$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

$$\begin{bmatrix} a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} & a_y = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{bmatrix}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} - \text{интензитет}$$

$$\text{мер: } \cos \alpha = \frac{a_x}{a}; \quad \cos \beta = \frac{a_y}{a}; \quad \cos \gamma = \frac{a_z}{a}$$

* Ox - падеж



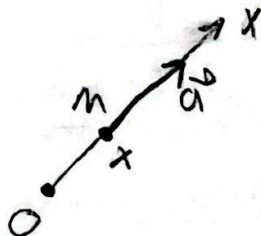
$$a_x = \ddot{x} = \dot{v}_x$$

$$a_y = \ddot{y} = \dot{v}_y$$

универсальное: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

мер: $\cos \alpha = \frac{a_x}{a}$; $\cos \beta = \frac{a_y}{a}$

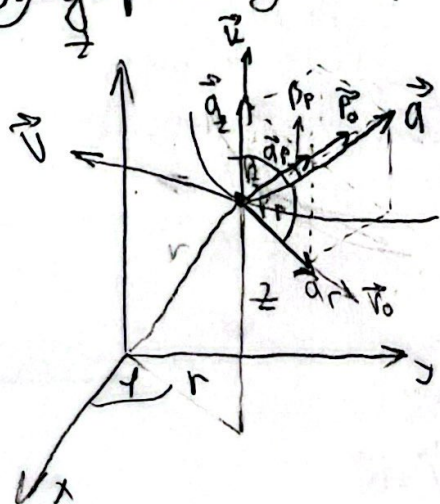
* Матрица координат Ox



$$\vec{a} = \ddot{a}_x \vec{e} = \dot{v}_x \vec{e} = \dot{\dot{x}} \vec{e}$$

универсальное: $a = |\ddot{x}| = |\dot{v}|$

13. Угловые и осевые ускорения



$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) \vec{e}_r + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) \vec{e}_\varphi + \ddot{z} \vec{k}$$

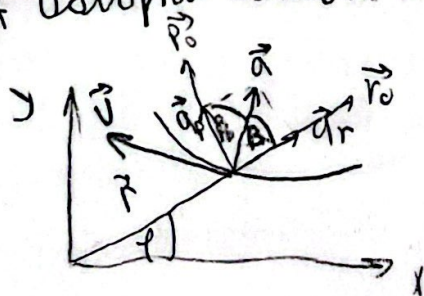
$$\vec{a} = a_r \vec{e}_r + a_\varphi \vec{e}_\varphi + a_z \vec{k}$$

$$[a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2; a_\varphi = r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}; a_z = \ddot{z}]$$

универсальное: $a = \sqrt{a_r^2 + a_\varphi^2 + a_z^2}$

мер: $\cos \beta_r = \frac{a_r}{a}$; $\cos \beta_\varphi = \frac{a_\varphi}{a}$; $\cos \beta_z = \frac{a_z}{a}$

* Осевое ускорение Ox



$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$$

$$a_\varphi = r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}$$

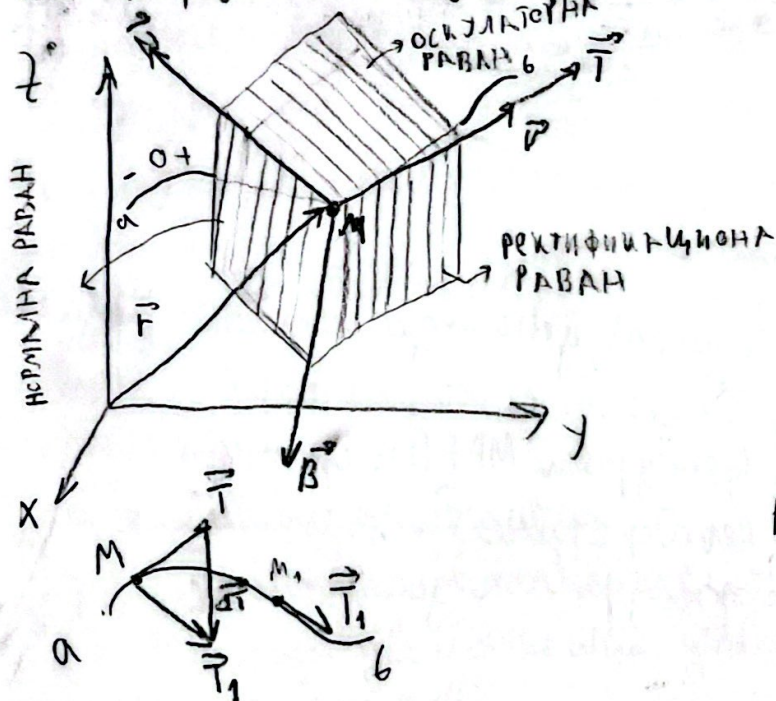
$$a = \sqrt{a_r^2 + a_\varphi^2} ; \cos \beta_r = \frac{a_r}{a} ; \cos \beta_\varphi = \frac{a_\varphi}{a}$$

$$S_z = \frac{1}{2} r^2 \dot{\varphi}$$

• $a_\varphi = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\varphi}) \Rightarrow a_\varphi = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (2S_z)$

Важно: S_z константа $a_\varphi = 0$, тогда $a = a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$

14. Тригонометријски вектор



* Тригонометријски вектор

Тачка М креће се по аБ.

Уопштењу се гледа векторски
указује су $\vec{r}$ и $\vec{r}_1 = \vec{r} + \Delta\vec{r}$.

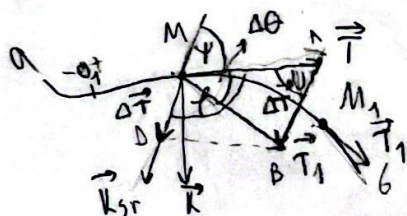
ОСКУЛАТОРНА - Тачан вектор
указује $\vec{r}$ и $\vec{r}_1$, кога
М поже М₁. Вектор
указује се Нормална
окој равни. $\vec{n}$

НОРМАЛНА - Указује на $\vec{T}$. Тачан
ОС. и НО. одређује
указује равни нормале $\vec{n}$ и
указује на касателну криву.

РЕКТИФИКАЦИОНА - Указује на ОС. и НО. равни.

Тачан РС. и НО. одређује указује
директорске који се указује на $\vec{n}$ и $\vec{T}$.
а одређује се да $\vec{T}$, $\vec{n}$ и $\vec{B}$ одређују
десни тригонометријски вектор.

* Вектор кривине криве



Три вектора $\vec{r}$ и $\vec{r}_1$ у једном аБ могу се
одређити гледа директорске:

1. $t, S = S(t) = \widehat{O_1M}, \vec{r}$
2. $t_1, S_1 = S(t_1) = \widehat{O_1M_1} = S + \Delta S, \vec{r}_1 = \vec{r} + \Delta\vec{r}$

Тригонометријски вектор. $\Delta S = S_1 - S$ мена се и резултатом вектор $\vec{r}$ и $\vec{r}_1$, да
је $\vec{r} = \vec{r}(s)$

Вектор $\vec{k}_{sr} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta S}$ је средња кривина криве на делу $\widehat{MM_1}$. Тачан
указује вектор: $\vec{k} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta S} = \frac{d\vec{r}}{ds}$ - вектор кривине криве у једном М.

За одређује мена кривине се резултатом ΔMAB :

$$|\Delta\vec{r}| = AB = 2 \sin \frac{\Delta\theta}{2} \quad \theta - \text{указује кривина криве на делу } \widehat{MM_1}$$

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{T}|}{|\Delta s|} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{2 \sin \frac{\Delta \theta}{2}}{\Delta s}, \quad k = \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta \theta}{2}}{\frac{\Delta \theta}{2}} \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s}, \quad \lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta \theta}{2}}{\frac{\Delta \theta}{2}} = 1$$

$$k = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s} = \frac{d\theta}{ds}$$

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s} = \frac{1}{R_k} \quad \text{изгибающий момент}$$

$$k = \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{R_k} \Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{R_k}}$$

Вектор $\vec{M}$, вектор $\vec{M}$, действующий ортогонально плоскости MAB ортогонально $\vec{T}$ и действует по касательной к плоскости. Вектор $\vec{k}_{sr}$ же действует по плоскости MAB и перпендикулярен направлению вектора кривизны $\vec{k}$. Деве вектор $\vec{k}$ же по касательной плоскости. Угол между $\vec{k}_{sr}$ и $\vec{T}$ же:

$$\varphi = \pi - \psi, \quad \psi = \frac{\pi - \Delta \theta}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2} + \frac{\Delta \theta}{2}$$

При этом при $\Delta s \rightarrow 0, \Delta \theta \rightarrow 0$ получаем: $\lim_{\Delta \theta \rightarrow 0} \varphi = \frac{\pi}{2}$, что означает, что вектор кривизны углов по касательной вектору $\vec{T}$.

Вектор кривизны кривой или дуги и есть радиусом кривизны. Нормаль $\vec{N}$ и вектор $\vec{M}$ кривизны, тогда: $\vec{k} = k \vec{N} = \frac{1}{R_k} \vec{N}$.

* Проецирование на нормаль

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \frac{d}{dt}(v_T \vec{T}) = \frac{d}{dt}(\dot{s} \vec{T})$$

$$\vec{a} = \ddot{s} \vec{T} + \dot{s} \dot{\vec{T}}$$

$$\vec{T} = \frac{d\vec{T}}{ds} \cdot \dot{s}, \quad \dot{\vec{T}} = \dot{s} \vec{k} = \frac{\dot{s}}{R_k} \cdot \vec{N}$$

$$\boxed{\vec{a} = \ddot{s} \vec{T} + \frac{\dot{s}^2}{R_k} \cdot \vec{N}}$$

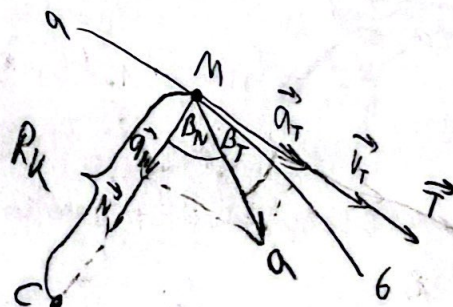
Проектируем на $\vec{B}, \vec{N}, \vec{T}$:

$$\vec{a} = a_T \vec{T} + a_N \vec{N} + a_B \vec{B}$$

$$a_T = \dot{v}_T - \text{танг. ускорение}$$

$$a_N = \frac{v^2}{R_k} - \text{нормальное}$$

$$a_B = 0 - \text{директорно}$$



Углы между вектором касательной и нормалью

$$\text{или: } \alpha = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$$

$$\text{или: } \cos \beta_T = \frac{a_T}{a}, \quad \cos \beta_N = \frac{a_N}{a}$$

Personal nagerer Kulturelle Wirt:

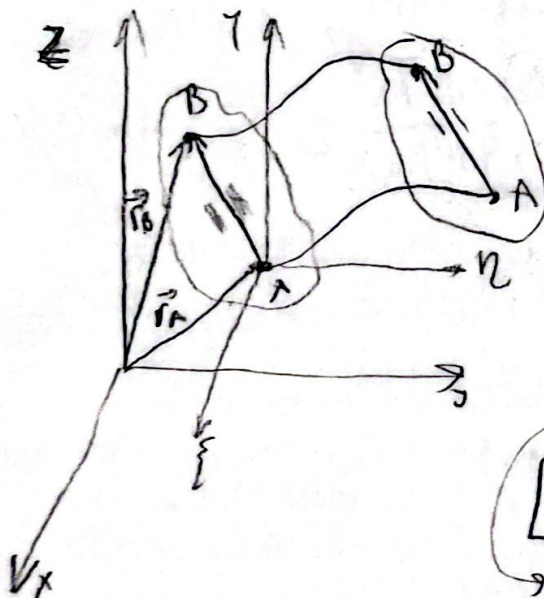
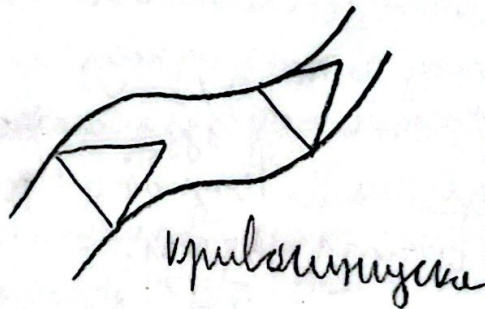
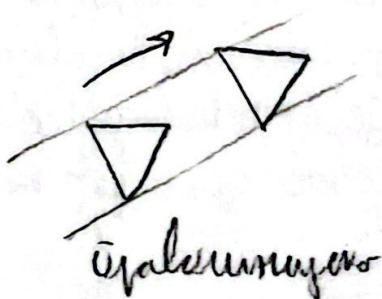
- 1) сфр. критерии и ед. изм. на изобрет. и изобр. сфр. критерии
- 2) изобрет. критерии и ед. изм. на изобрет. и изобр. сфр. критерии
- 3) сфр. критерии и изобрет. критерии и ед. изм. на изобрет. и изобр. сфр. критерии

Почтовые марки Украины:

- шрифт
- сдвиг
- размер
- цвет
- стиль

18. Трёхмерное пространство

Тією жимі інтенсивно працює тіло, що органічно народжує дух, кожен стосує гле тіло, у цьому інтенсивно працює тіло, у цьому органічно народжує дух.



A-04

Агнѣ - вѣнчаніе
вѣнчаніе в. г. м.

$$\vec{r}_A(t) = x_A(t)\vec{i} + y_A(t)\vec{j} + z_A(t)\vec{k}$$

$$\vec{r}_B(t) = x_B(t)\vec{i} + y_B(t)\vec{j} + z_B(t)\vec{k}$$

$$\vec{AB} = \delta_B \vec{i} + \eta_B \vec{j} + \chi_B \vec{k} - \text{компоненты}$$

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB} \rightarrow \text{Vermittlung}$$

$$\left[\begin{matrix} X_B = X_A + j_B, & Y_B = Y_A + j_B, & Z_B = Z_A + j_B \end{matrix} \right]$$

$$\rightarrow \frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} \quad ; \quad \frac{d\overline{AB}}{dt} = 0$$

$$V_B = V_A \frac{d}{dt}$$

$$a_B = \vec{0}_C$$

*Определение изобретения и влияние изобретения на жизнь

$$a_T = \vec{a} \cdot \vec{T}, \quad a_T = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{v_T}$$

$$|\alpha_T| = \frac{|\ddot{x}\ddot{x} + j\ddot{y}\ddot{y} + \ddot{z}\ddot{z}|}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}$$

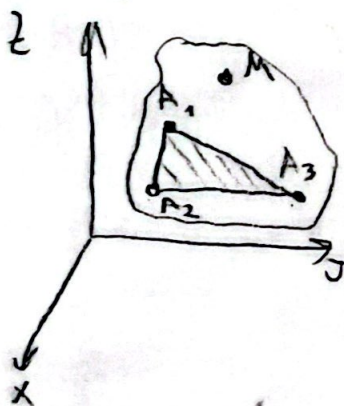
$$a_{IN} = \sqrt{a^2 - a_T^2}$$

$$|a_N| = \frac{\sqrt{(\ddot{x}\ddot{y} - \dot{x}\dot{y})^2 + (\ddot{x}\ddot{z} - \dot{x}\dot{z})^2 + (\ddot{y}\ddot{z} - \dot{y}\dot{z})^2}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}$$

$$R_u = \frac{V^2}{gN}$$

$$R_u = \frac{v^2}{\sqrt{a^2 - a_T^2}}$$

(17.) Остатки погашен истребительских истребителей

[illegible]

$$(x_m - x_1)^2 + (y_m - y_1)^2 + (z_m - z_1)^2 = (A_1 M)^2$$

$$(x_m - x_2)^2 + (y_m - y_2)^2 + (z_m - z_2)^2 = \overline{A_2 M}^2$$

$$(x_m - x_3)^2 + (y_m - y_3)^2 + (z_m - z_3)^2 = \overline{A_3 M^2}$$

Поможићу велику територију поштом да смо су
поштом помоћу при његове неоправдане поште.

$$\overline{A_1 A_2}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

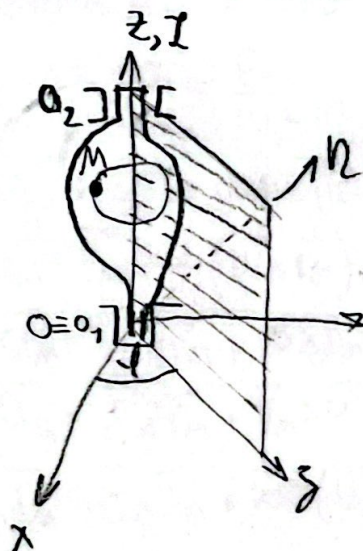
$$\overline{A_2 A_3}^2 = (x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 + (z_3 - z_2)^2$$

$$\overline{A_3 A_1}^2 = (x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2 + (z_1 - z_3)^2$$

Број неалнуних вагуната Воје
опређује њихову количину и она је
је са $2-3=6$, што значи да
сваког дана има 6 алнуних
вагона.

19. Једноминутна оброта иела око Нептунине се

Пло врши ротацију око Нептунине се око му дугоде иаине
Нептунине иаине кривоа. Понао, се иаине иела крсе се
Налоа на орхититској крај кроз иеде Нептунине иаине
опаоу Нептунине у иау кривоа. Пна орхититској крај
Нотла се оа ротације.



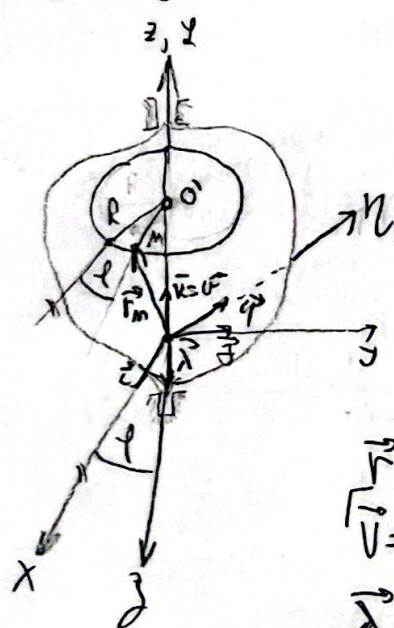
Пло крсе се ороа око Нептунине се ма уеге
иелен слоае кривоа, а то је уео оброта.

Уржаа се у оброти, ротираи и иелити.

$$106 = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$\ell = \ell(t) \rightarrow$ једноминутна оброта.

20. Уеоа оброта иела и оброта иаине иела око Нептунине се



Уеоа оброта иела око Нептунине се оиује
уегеу уео оброта.

$$\left. \begin{array}{l} t: \ell \\ t_1: t + \Delta t, \ell + \Delta \ell = \ell_1 \end{array} \right\} \text{Средња уеоа оброта: } (\omega_z)_{sr} = \frac{\Delta \ell}{\Delta t}$$

Пна уеоа обротау галу се уеоа оброта.

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\omega_z)_{sr} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{d\ell}{dt}; \quad \boxed{\omega_z = \dot{\ell}}$$

$$\vec{r} = \sum_M \vec{A} + \eta_M \cdot \vec{u} + \sum \vec{u}, \text{ consto } / \frac{d}{dt}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \sum_M \dot{\vec{A}} + \eta_M \cdot \dot{\vec{u}}$$

$$\begin{aligned} \vec{\lambda} &= \cos \ell \vec{u} + \sin \ell \vec{z} \\ \vec{u} &= -\sin \ell \vec{u} + \cos \ell \vec{z} \end{aligned} \quad / \frac{d}{dt}$$

$$\begin{aligned} \dot{\vec{\lambda}} &= \dot{\ell} (-\sin \ell \vec{u} + \cos \ell \vec{z}) = \boxed{\ell \vec{u}} \\ \dot{\vec{u}} &= \dot{\ell} (-\cos \ell \vec{u} - \sin \ell \vec{z}) = \boxed{-\ell \vec{\lambda}} \end{aligned}$$

* Угловне брзине и ацелерације

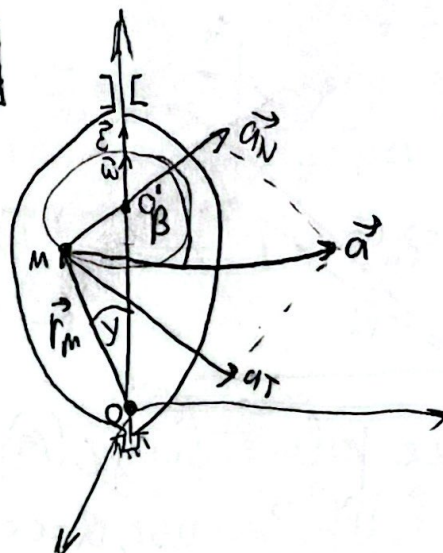
$$\vec{a}_T = \dot{\vec{v}}_T = \frac{d}{dt}(R\omega_z) = R\epsilon_z \quad [s = R \cdot \varphi, v_T = \dot{s} = R\dot{\varphi}]$$

$$|a_T| = R\epsilon$$

$$a_N = \frac{v^2}{R} = R\omega_z^2$$

$$a = \sqrt{a_N^2 + a_T^2} = R\sqrt{\epsilon^2 + \omega^4}$$

$$\tan \beta = \frac{a_T}{a_N} = \frac{\epsilon_z}{\omega_z^2}$$



$$|\vec{\omega} \times \vec{v}_m| = R\omega^2$$

→ Нормална на $\vec{\omega}$ и $\vec{v}$, а слична
на магнетуду: $\vec{a}_N = \vec{\omega} \times \vec{v}_m$

$$\vec{a}_m = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

• Угловне брзине и ацелерације

$$\vec{a}_m = \dot{\vec{v}}_m = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}_m)$$

$$\vec{a}_m = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_m + \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}_m$$

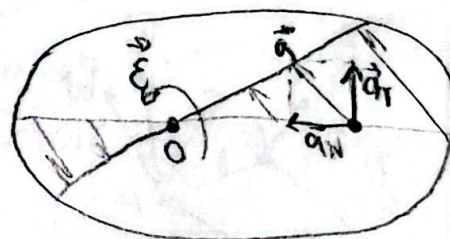
$$\vec{a}_m = \epsilon \times \vec{r}_m + \vec{v}_m \times \vec{\omega}$$

$$\vec{a}_m = \epsilon \times \vec{r}_m + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_m)$$

$$|\epsilon \times \vec{r}_m| = \epsilon r \sin \gamma = \epsilon R$$

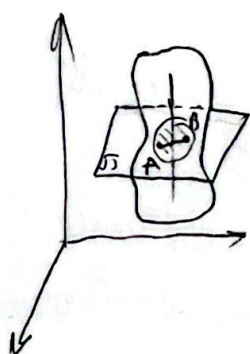
$$|\vec{a}_T| = \epsilon \times \vec{r}_m$$

Угловна се са
угловном брзином $\vec{v}$.



22. Полема кривоугаоне линије

Полуравна кривоугаоне линије дефинише се кривоугаоне линије које се сле
деће линије кривоугаоне само у једном правцу неке кривоугаоне линије.

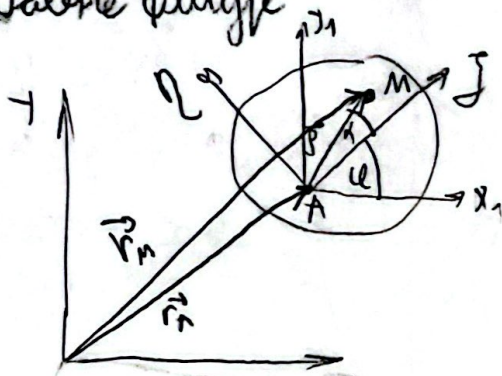


$$\begin{aligned} A(x_A, y_A) \\ B(x_B, y_B) \\ AB = \text{const} \end{aligned}$$

$$(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = AB^2 = \text{const}$$

Полуравна линије кривоугаоне линије
својом кривоугаоне.

- Рольне фінансе



$$\left. \begin{aligned} x_A &= x_A(t) \\ y_A &= y_A(t) \\ l &= l(t) \end{aligned} \right\} \text{ известные функции времени}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$P \cos(\alpha + t) = P(\cos \alpha \cos t - \sin \alpha \sin t)$$

$$= \delta_m \cos t - \eta_m \sin t$$

- $\bar{\omega}$ — частота $\hat{\omega}$ (м)

$$\vec{r}_n = \vec{r}_A + \vec{\rho}, |\vec{\rho}| = \rho = \text{const}, \alpha = \text{const.}$$

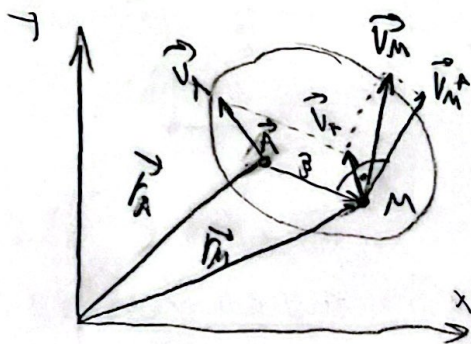
$$\begin{aligned} X_M &= X_A + P \cos(\alpha + t) \rightarrow X_M = X_A + Z_M \cos t - Y_M \sin t \\ Y_M &= Y_A + P \sin(\alpha + t) \rightarrow Y_M = Y_A + Y_M \cos t + Z_M \sin t \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{convert to the} \\ \text{new origin where} \\ Z_M = P \cos \alpha \end{array} \right\}$$

$\gamma_M = \gamma_A + p \sin(\alpha + \varphi) \rightarrow \gamma_M = \gamma_A + \eta_M \cos \varphi + \zeta_M \sin \varphi$

$$\begin{aligned} \zeta_M &= p \cos \alpha \\ \eta_M &= p \sin \alpha \end{aligned}$$

(23.) Bestimmen Sie die Werte der folgenden Vektoren

23. Бүрхтэ тэмдэгтэй үргэлжлэн үргэлжлэн



$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_A &= \vec{r}_A(t) \\ \ell &= \ell(t) \end{aligned} \right\} \text{known}$$

$$\overline{AM} = \vec{p}$$

$$\vec{v}_m = \vec{r}_m = \vec{r}_A + \vec{p}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_A$$

$$\vec{p} = p \cdot \vec{p}_0, \quad \vec{p} = p \vec{p}_0, \quad \vec{p} = p(\vec{\omega} \times \vec{p}_0) = \vec{\omega} \times \vec{p}$$

$$\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{\omega} \times \vec{P}$$

$$\vec{V}_M = \vec{V}_A + \vec{V}_M^*$$

V_M^A - одручен момент на диме, $\vec{V}_M^A = \vec{\omega} \times \vec{p} = \vec{\omega} \times \vec{AM}$

Брине Ђемиџић М. рођене Филипове Јефимије рођене
Бранковић и њиховог сина Ђемиџије А. и сестре Јефимије
Брине Ђемиџић М. у огулу на Јел А.

24. Теорема о резултантним векторима ујачене државе и ујаченог укривања
од ујаченог јачања укривања

Теорема: Резултант ујачене државе и ујаченог укривања јачања је јачање
јачања ујачене државе од ујаченог јачања укривања.

Доказ: Претпоставимо сујачањено, уј. да $\vec{w}$ и $\vec{E}$ јачање од јачања укривања.

Појединачно узимајући јачање A и B :

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{w}_A \times \vec{AB} \\ \vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{w}_B \times \vec{BA} \end{cases} \quad \text{①}$$

$$\vec{V}_B = \vec{V}_B + \vec{w}_B \times \vec{BA} + \vec{w}_A \times \vec{AB}$$

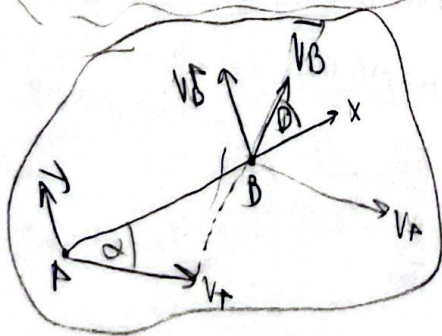
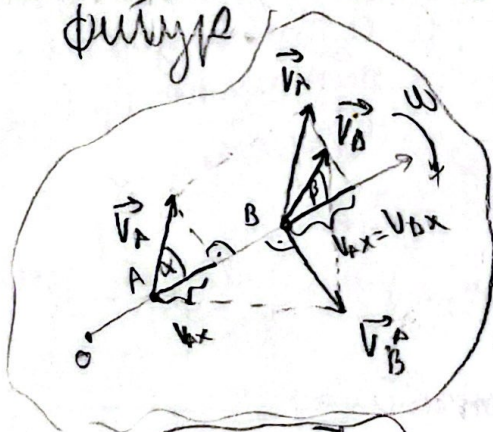
$$\vec{w}_A \times \vec{AB} - \vec{w}_B \times \vec{AB} = 0$$

$$(\vec{w}_A - \vec{w}_B) \times \vec{AB} = 0; (\vec{w}_A - \vec{w}_B) \perp \vec{AB}$$

$$\vec{w} = \vec{w}_A = \vec{w}_B \quad \text{AB} \neq 0 \quad \left/ \frac{d}{dt} \rightarrow \vec{E}_A = \vec{E}_B = \vec{E} \right.$$

Одговор: Резултант државе $\vec{w}$ и $\vec{E}$ јачања је јачање јачања
јачања, кинематичке државе. Са јачањем јачања јачања
јачања $\vec{w}$ и $\vec{E}$ су својствени вектори.

25. Теорема о пројекцијским векторима државе јачања јачања
филтара



Теорема: Пројекције државе јачања
јачања филтара јачања је јачања јачања
јачања, јачања јачања јачања јачања
јачања јачања, јачања јачања јачања.

Доказ:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_B^A \quad \left/ \cdot \vec{e} \right.$$

$$\vec{V}_{Bx} = \vec{V}_{Ax} + (\vec{V}_B^A)_x$$

$$\boxed{V_{Ax} = V_{Bx}}$$

$$V_B \cos \beta = V_A \cos \alpha$$

$$\boxed{V_B = \frac{V_A \cos \alpha}{\cos \beta}}$$

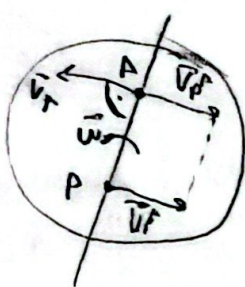
$$V_B \sin \beta = -V_A \sin \alpha + V_B^A$$

$$V_B^A = \vec{AB} \omega$$

$$\left[\omega = \frac{V_A \sin \alpha + V_B \sin \beta}{\vec{AB}} \right]$$

(26.) Пренутички векторни равне фигури

Ако се при кривој равне фигури нека збојска дринка у осамостане. пренутички поимити од криве, тога основни зегна и сито зегна поима миза је дринка у шон пренутички зегнама криве. Пта поима се зове пренутички векторни равне фигури и отима се са P_0



$$\vec{v}_P = \vec{v}_A + \vec{v}_P^A \quad / \quad [\vec{v}_P = 0]$$

$$\vec{v}_P^A = -\vec{v}_A$$

$$\vec{v}_P^A = \vec{\omega} \times \vec{AP}; \quad \vec{v}_P^A \perp \vec{AP}$$

$$v_A = \omega \cdot AP \rightarrow \boxed{AP = \frac{v_A}{\omega}}$$

Слези:

а) Тражили $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_P^A$ могу да биду у једном. Нога је $\vec{v}_P^A = \vec{\omega} \times \vec{AP}$, слези да је $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_P^A$ зупалено на $\vec{AP}$.

б) Умислимо да $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_P^A$ су зегном. $v_P^A = v_A = \omega \cdot AP \rightarrow \boxed{AP = \frac{v_A}{\omega}}$

в) Поима P се мори налазити на осамостану зупалено на $\vec{v}_A$ и шонне A.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_P + \vec{v}_P^A$$

$$v_P^A = \vec{\omega} \times \vec{PP}_1 = 0$$

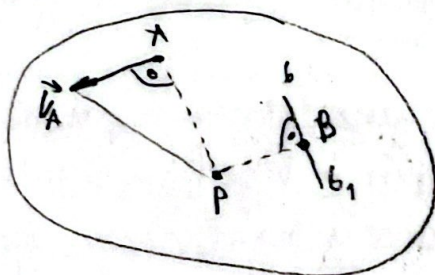
$$\vec{\omega} \neq 0, \quad \vec{\omega} \perp \vec{PP}_1$$

$$\vec{PP}_1 = 0, \quad \boxed{P_1 = P} \rightarrow$$

Основни зегна и сито зегна поима вога у једном пренутички има дринку зегнама 0.

(27.) Поимити сугазели сугазели пренутички векторни дринка

Поима да је дринка зегна поима равне фигури ($\vec{v}_A$) и тражи неке друге поима (бб) кога криве осамостан са $\vec{v}_A$.



$$v_A = \overline{PA} \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{v_A}{\overline{PA}}$$

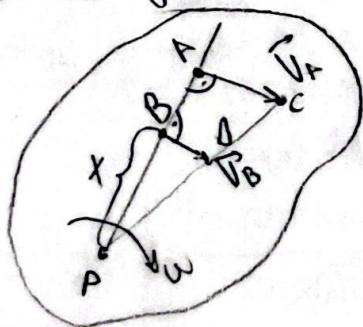
$$v_B = \overline{PB} \cdot \omega$$

$$\boxed{v_B = \frac{\overline{PB}}{\overline{PA}} \cdot v_A}$$

Ж пренутички векторни дринка се мори у једном нормала на тражи дринка.

I) Дринке глези поима равне фигури јунога зегнај тражи, међуодно су осамостане и зупалено на шон тражи.

а) $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ су шонне сити, а поимити умислимо



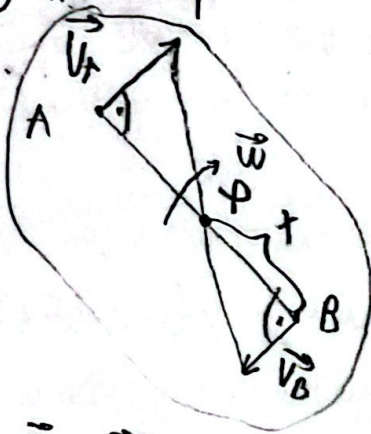
$$v_A = v_A^P = (\overline{AB} + x) \cdot \omega$$

$$v_B = v_B^P = x \cdot \omega$$

$$\vec{v}_A = \overline{AB} \cdot \omega + \vec{v}_B \rightarrow \boxed{\omega = \frac{v_A - v_B}{\overline{AB}}}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \overline{BP} = \frac{v_B}{v_A - v_B} \cdot \overline{AB} \\ x &= \frac{v_B}{\omega} \end{aligned} \right\}$$

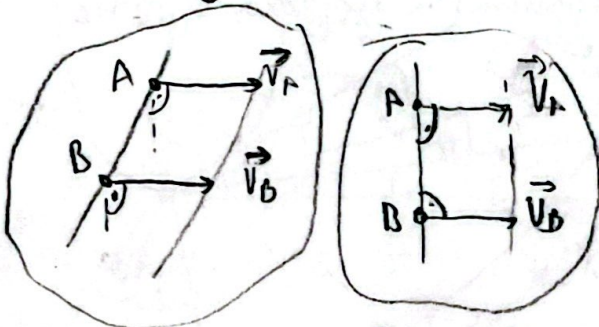
5) $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ произвольные скорости и углы



$$\left. \begin{aligned} V_A &= (AB-x)W \\ V_B &= xW \end{aligned} \right\} V_A = ABW - xW, \quad W = \frac{V_A + V_B}{AB}$$

$$V_B = \frac{V_A + V_B}{AB} x, \quad x = \frac{V_B}{V_A + V_B} \cdot AB$$

II) $\vec{V}_A$ и $\vec{V}_B$ со одинаковыми, нулевыми скоростями и угловыми скоростями



$$\vec{W} \times \vec{AB} = 0$$

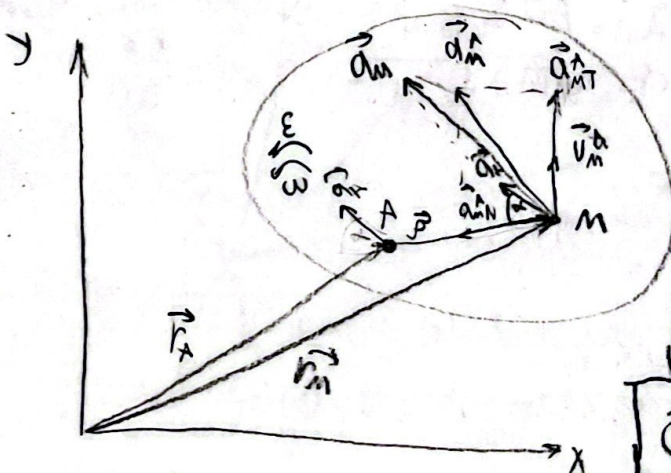
$$AB \neq 0, \quad \angle(\vec{W}, \vec{AB}) = 90^\circ \rightarrow \boxed{W=0}$$

III) Период колебаний центра масс



Вращение вокруг горизонтальной оси, проходящей через O, перпендикулярно плоскости рисунка.

28. Ускорение точек тела при вращении



$$\vec{a}_M = \frac{dV_M}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{V}_A + \vec{V}_M^A)$$

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_M^A \rightarrow \text{суммарное ускорение точки M}$$

$$\vec{a}_M^A = \frac{d}{dt} \vec{V}_M^A = \frac{d}{dt} (\vec{\omega} \times \vec{r}_A)$$

$$\vec{a}_M^A = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_A + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_A) \rightarrow \vec{r}_A = \vec{\omega} \times \vec{r}_A = \vec{V}_M^A$$

$$\vec{a}_M^A = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_A + \vec{\omega} \times \vec{V}_M^A$$

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_A + \vec{\omega} \times \vec{V}_M^A$$

$$\vec{a}_M^A = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_A = \text{суммарное ускорение точки M}$$

$$\vec{a}_M^A = \vec{\omega} \times \vec{V}_M^A = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_A)$$

$$a_{MN} = \omega^2 r_A - \text{суммарное нормальное ускорение}$$

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_M^A + \vec{a}_M^N$$

$$a_M = \sqrt{a_A^2 + a_{MN}^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{a_{MN}}{a_A} = \frac{\omega^2 r_A}{a_A}$$

$$\alpha = \arctan \frac{\omega^2 r_A}{a_A}$$

Удружење приватних џанке и јавне фирме зграђено је комплетно
зидом удружења џанке и приватне фирме. А и јавне приватне удружења
џанке М.

29. Периодът на удвояване на популацията е

Ако димна дрвца и дрвотке равне фигуре у изометричном прегнућу
нису једнаки нуми, онда је једна и сато једна њихова равна фигура
није је дрвотке једнако нуми. Показу се прегнућу ње дрвотки и
дрвотка се са Q_0 .

Угловий момент сумарний, дорівнює сумі дорівнює Р та дорівнює Q це не змінюється.

$$^o \vec{r}_a = \vec{r}_A + \vec{r}_a^A$$

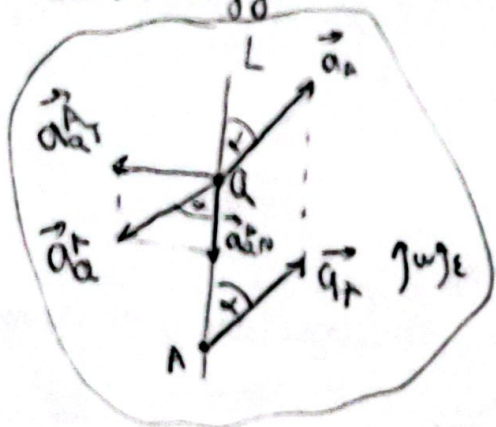
$$\vec{a}_d = -\vec{a}_r$$

$$\vec{a}_Q = \vec{a}_A + \vec{a}_N$$

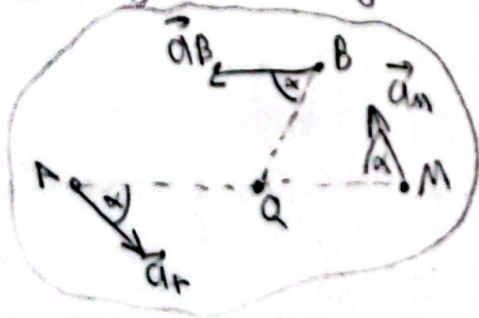
$$\alpha = \arctg \frac{a_{01}}{a_{02}} = \arctg \frac{\varepsilon}{w_2}$$

$$|\vec{a}_N| = |\vec{a}_N^0| = \frac{v_{\text{ph}}}{A Q \sqrt{\epsilon^2 + \omega^4}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{uplay, enet u unit.} \end{array} \right.$$

$$\overline{Aq} = \frac{Q_A}{\sqrt{\epsilon^2 + \omega^2}}$$



30. Одговори на питања пожељно писано у своме језику и у складу са бројем поена.



$$\vec{a}_M = \vec{a}_m$$

$$\vec{a} = \vec{a}^0$$

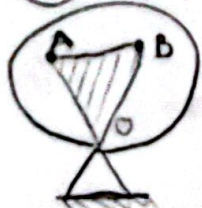
$$\vec{OA} = \vec{OQ}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_M &= \vec{a}_M^Q \\ \vec{a}_A &= \vec{a}_A^Q \\ \vec{a}_B &= \vec{a}_B^Q \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a_A &= AQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2} \\ a_B &= BQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2} \\ a_M &= MQ \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2} \end{aligned} \left\} \begin{aligned} \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2} &= \frac{a_A}{AQ} = \frac{a_B}{BQ} = \frac{a_M}{MQ} \\ a_M &= a_A \frac{MQ}{AQ} \end{aligned}$$

$$\sqrt{E^2 + W^2} = \frac{Q_A}{AQ} = \frac{Q_B}{BQ} = \frac{Q_M}{MQ}$$

$$a_n = a_k \frac{a_n}{a_k}$$

31. Сферно центована шела, ошљера ишрени



Сферното криво има око неограничен број на шокло
кривите има големина само една неограничен шоклу.

$O(0,0,0)$

$$A(x_A, y_A, z_A)$$

$$B(x_B, y_B, z_B)$$

$$\overline{OA}^2 = \text{const} = X_A^2 + Y_A^2 + Z_A^2$$

$$\{OB^2 = \text{const} = X_B^2 + Y_B^2 + Z_B^2$$

$$) \overline{AB}^2 = c^2 n^2 t^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2$$

Зміщено в журналі
Вісник !

$$\vec{V} = (\dot{\vec{r}} \cdot \vec{\lambda} \vec{x} - \dot{\vec{r}} \cdot \vec{\mu} \vec{y}) \vec{\lambda} + (\dot{\vec{r}} \cdot \vec{\mu} \vec{z} - \dot{\vec{r}} \cdot \vec{\nu} \vec{x}) \vec{\mu} + (\dot{\vec{r}} \cdot \vec{\nu} \vec{y} - \dot{\vec{r}} \cdot \vec{\lambda} \vec{z}) \vec{\nu}$$

$$[\dot{\vec{r}} \cdot \vec{\lambda} = \omega_x, \dot{\vec{r}} \cdot \vec{\mu} = \omega_y, \dot{\vec{r}} \cdot \vec{\nu} = \omega_z]$$

$$\frac{x}{\omega_x} = \frac{y}{\omega_y} = \frac{z}{\omega_z}$$

$$\vec{V} = \dot{\vec{r}} = \begin{vmatrix} \vec{\lambda} & \vec{\mu} & \vec{\nu} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ \xi & \eta & \chi \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega_x \chi - \omega_z \eta = 0 \\ \omega_y \chi - \omega_z \xi = 0 \\ \omega_y \eta - \omega_x \xi = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\xi}{\omega_x} = \frac{\eta}{\omega_y} = \frac{\chi}{\omega_z}$$

για να μην είναι όλα
σφαιρικά 0,2

- Προκύπτει από τα σφαιρικά 0,2
ότι η ταχύτητα γύρω από τον άξονα περιστροφής
είναι η ίδια για όλους τους άξονες περιστροφής
ήδη.

$\omega \neq \frac{d\alpha}{dt}$ • η ταχύτητα γύρω από
τον άξονα περιστροφής
είναι η ίδια για όλους τους άξονες
περιστροφής.

33. Αξιολογούμε την ταχύτητα γ-με

$$\psi = \psi(t), \theta = \theta(t), \varphi = \varphi(t)$$

$$\dot{\psi} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \psi}{\Delta t} = \frac{d\psi}{dt} \rightarrow \text{αξία στην περιστροφή}$$

$$\dot{\theta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow -||- \text{κυκλώσει}$$

$$\dot{\varphi} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \rightarrow -||- \text{ακτινική περιστροφή}$$

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_p &= \dot{\psi} \vec{k}, \vec{\omega}_n = \dot{\theta} \vec{n}, \\ \vec{\omega}_{sr} &= \dot{\varphi} \vec{r} \\ \vec{k} &= \sin \theta \sin \varphi \vec{\lambda} + \sin \theta \cos \varphi \vec{\mu} + \cos \theta \vec{\nu} \\ \vec{n} &= \cos \varphi \vec{\lambda} + \sin \varphi \vec{\mu} \end{aligned}$$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_p + \vec{\omega}_n + \vec{\omega}_{sr} = \dot{\psi} \vec{k} + \dot{\theta} \vec{n} + \dot{\varphi} \vec{r}$$

$$\vec{\omega} = \underbrace{(\dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi)}_{\omega_x} \vec{\lambda} + \underbrace{(\dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi)}_{\omega_y} \vec{\mu} + \underbrace{(\dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi})}_{\omega_z} \vec{\nu}$$

$$\vec{\omega} = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} ; \cos \alpha(\vec{\omega}, \vec{\lambda}) = \frac{\omega_x}{\omega}, \cos \alpha(\vec{\omega}, \vec{\mu}) = \frac{\omega_y}{\omega}, \cos \alpha(\vec{\omega}, \vec{\nu}) = \frac{\omega_z}{\omega}$$

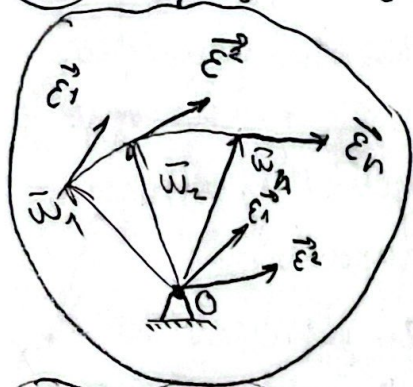
• Για $\chi = \varphi = 0$:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \vec{\omega} \cdot \vec{\lambda} = \dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi \\ \omega_y &= \vec{\omega} \cdot \vec{\mu} = \dot{\theta} \sin \varphi - \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi \\ \omega_z &= \vec{\omega} \cdot \vec{k} = \dot{\psi} + \dot{\theta} \cos \theta \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} \omega &= \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \\ \cos \alpha(\vec{\omega}, \vec{\lambda}) &= \frac{\omega_x}{\omega} \\ \cos \alpha(\vec{\omega}, \vec{\mu}) &= \frac{\omega_y}{\omega} \\ \cos \alpha(\vec{\omega}, \vec{k}) &= \frac{\omega_z}{\omega} \end{aligned} \right.$$

$$\begin{aligned} \vec{k} &= \cos \psi \vec{\nu} + \sin \psi \vec{\mu} + 0 \vec{\lambda} \\ \vec{\nu} &= \sin \theta \sin \varphi \vec{\lambda} - \sin \theta \cos \varphi \vec{\mu} + \cos \theta \vec{\nu} \end{aligned}$$

Прогледнување на векторот ѱ релативно до фиксната брзина $\vec{\omega}$ во сферична координатна система. Нека коор. систем $Oxyz$ и $Ox'yz'$ постојат со O центар на сферичната површина.

34. Прегледување на векторот $\vec{\omega}$ релативно до фиксната брзина - сферична координатна система

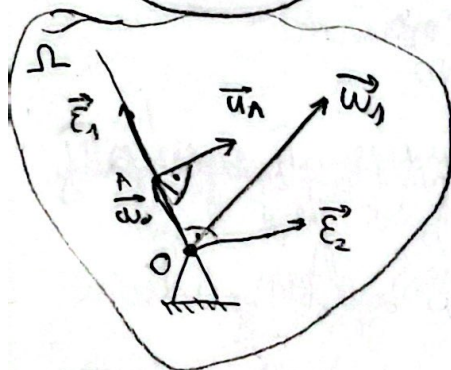


$$\vec{\epsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}}$$

$$\vec{\omega} = \omega \vec{\omega}_0$$

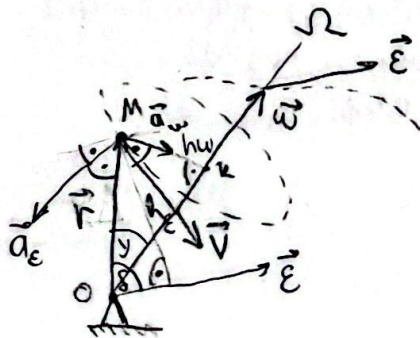
$$\vec{\epsilon} = \dot{\vec{\omega}} = \frac{d}{dt} (\omega \vec{\omega}_0) = \dot{\omega} \vec{\omega}_0 + \omega \dot{\vec{\omega}}_0$$

$$\vec{\epsilon} = \vec{\epsilon}_1 + \vec{\epsilon}_2 \quad / \quad \vec{\epsilon}_1 = \dot{\omega} \vec{\omega}_0 - \text{измената на } \omega, \text{ релативно до } \vec{\omega}_0$$



$$\begin{aligned} \vec{\omega}_1 &= \frac{d\vec{\omega}_0}{dt} = \dot{\vec{\omega}}_0 \\ \vec{\omega}_0 &= \vec{\omega}_1 \times \vec{\omega}_0 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \vec{\epsilon}_2 &= \omega (\vec{\omega}_1 \times \vec{\omega}_0) = \vec{\omega}_1 \times \vec{\omega} = \omega \vec{\omega}_1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{измената на } \vec{\omega}_0 \text{ релативно до } \vec{\omega}_0, \text{ релативно до } \vec{\omega}_0 \end{aligned}$$

35. Уголното убрание $\vec{a}$ во сферична координатна система



$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \frac{d}{dt} (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \dot{\vec{r}}$$

$$\vec{a} = \underbrace{\vec{\epsilon} \times \vec{r}}_{\vec{a}_\epsilon} + \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\vec{a}_\omega} \quad a_\omega = \omega \sin \varphi (\vec{\omega}, \vec{r}) = \omega \omega^2$$

$$a_\epsilon = \epsilon r \sin \varphi (\vec{\epsilon}, \vec{r}) = \epsilon r \sin \delta = \epsilon h_\epsilon$$

→ измената на $\vec{r}$ релативно до $\vec{r}$, сферична координатна система

$$\vec{a}_\epsilon = (\vec{\epsilon}_1 + \vec{\epsilon}_2) \times \vec{r} = \vec{\epsilon}_1 \times \vec{r} + \vec{\epsilon}_2 \times \vec{r}$$

$$\vec{a}_\epsilon = \dot{\omega} \vec{\omega}_0 \times \vec{r} + (\vec{\omega}_1 \times \vec{\omega}) \times \vec{r} = \vec{a}_{\epsilon_1} + \vec{a}_{\epsilon_2}$$

$$a_{\epsilon_1} = \epsilon_1 r \sin \varphi (\vec{\epsilon}_1, \vec{r})$$

$$a_{\epsilon_2} = \epsilon_2 r \sin \varphi (\vec{\epsilon}_2, \vec{r})$$

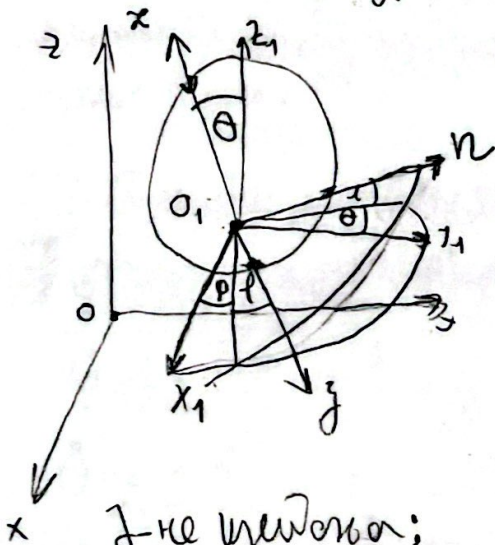
$$a_w = \omega V \sin \chi (\vec{a}, \vec{v}) = \omega V \sin \chi \cos \theta = \hbar \omega \cdot \omega^2$$

→ параметрически радиус $\vec{a}$ и $\vec{v}$, ориентированы относительно

$$a = \sqrt{a_\epsilon^2 + a_\omega^2 + 2a_\epsilon a_\omega \cos \chi (\vec{a}_\epsilon, \vec{a}_\omega)}, \quad \hbar \epsilon = \hbar \omega = R, \quad \vec{a}_\epsilon \perp \vec{a}_\omega, \quad a = R \sqrt{\epsilon^2 + \omega^2}$$

36. Окружность вращения при движении ж-но вращения

Окружность вращения относительно центра же является вращением при вращении всего может да закрутке при вращении вращающейся и вращающейся. Скорость вращения вращающейся при вращении вращения или в вращении вращающейся, относительно вращающейся вращающейся с в вращающейся координатах.



$Oxyz$ - абсолютная инерциальная к.с. системы

Ox_1, y_1, z_1 - вращающаяся инерциальная

O_1, z_1, x_1 - вращающаяся

- Вращающейся O_1, z_1, x_1 и вращающейся O_1, y_1, z_1 определены же

Определены углами (ψ, θ, φ)

- Вращающейся O_1, x_1, y_1, z_1 на $Oxyz$ определены же вращающейся вращающейся $O_1(x_{01}, y_{01}, z_{01})$

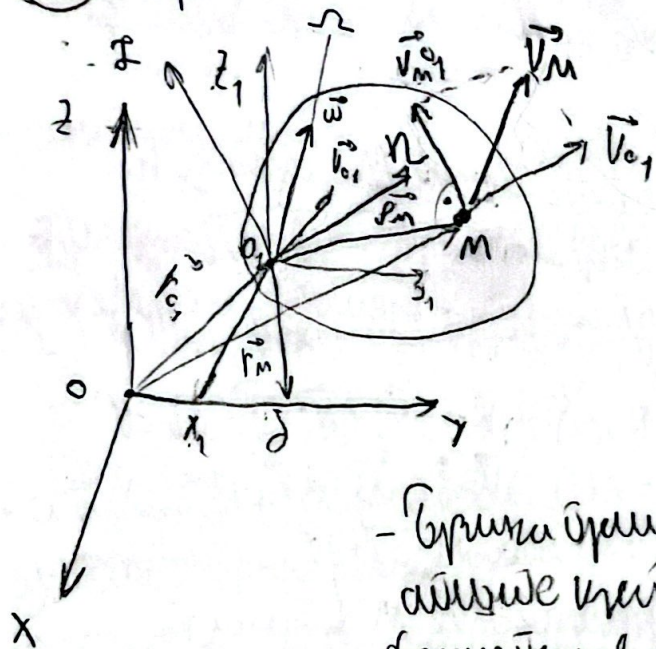
Ж-но вращения;

$$\begin{bmatrix} x_{01} = f_1(t) & y_{01} = f_2(t) & z_{01} = f_3(t) \\ \psi = f_4(t) & \theta = f_5(t) & \varphi = f_6(t) \end{bmatrix}$$

$f_i (i=1,2,3,4,5,6)$ - функции, заданные и известны для

вращающейся.

37. Брзина џамке џера при адиабатичној кретању



$$\vec{r}_M = \vec{r}_{O1} + \vec{r}_M$$

$$\vec{v}_M = \dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_{O1} + \dot{\vec{r}}_M$$

$$\dot{\vec{r}}_{O1} = \vec{v}_{O1} - \text{дринка центра}$$

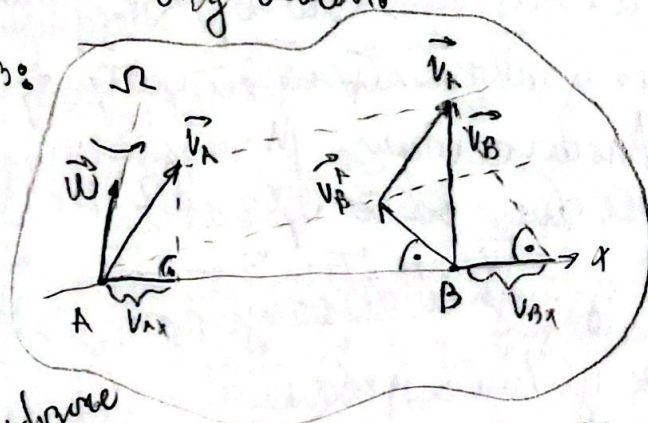
$$\dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_M^{O1} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{O1M} - \text{дринка M при сферичном кретању}$$

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{O1} + \vec{v}_M^{O1} = \vec{v}_{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

- Брзина произвольне џамке џера кога брзина адиабатично кретање једнако је центарском због дринке произвольне малог тела и одржане дринке око џезицијне осе кога брзина кога џезициј осе.

Теза: Прозекција дринке глежу џамки, џера кога брзина адиабатично кретање, ко осе кога брзина кога џезициј осе глежу џамке, једнако је ну метру осе.

Доказ:



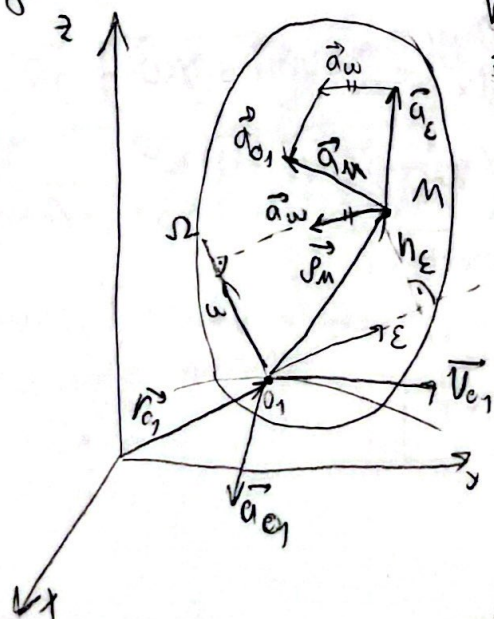
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_B^A$$

$$\vec{v}_B^A \perp Ax$$

$$v_{Bx} = v_{Ax} + (v_B^A)_x$$

$$v_{Ax} = v_{Bx}$$

38. Јадрене



$$\vec{r}_M = \vec{r}_{O1} + \vec{r}_M$$

$$\vec{v}_M = \dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_{O1} + \dot{\vec{r}}_M$$

$$\dot{\vec{r}}_{O1} = \vec{v}_{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{O1M}$$

$$\dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_M^{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

$$\dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{O1M} + \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

$$\dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

$$\dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

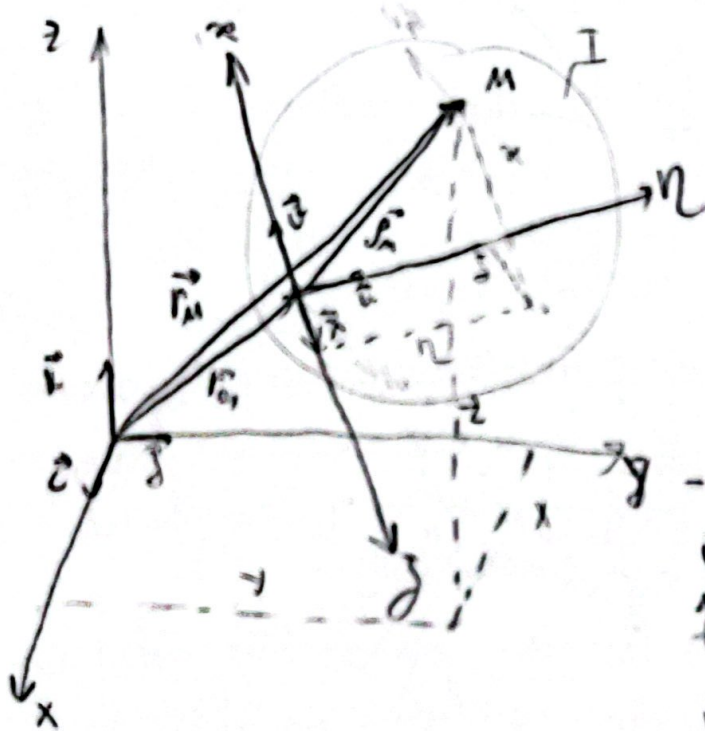
$$\dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

$$\dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

$$\dot{\vec{r}}_M = \dot{\vec{r}}_{O1} + \vec{\omega} \times \vec{r}_M + \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

39. Равномерно, вращающееся и движущееся движение

Криволинейное движение по окружности в инерциальной системе отсчета. Криволинейное движение.



- Криволинейное движение M относительно инерциальной системы отсчета. Криволинейное движение и описывается:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \Rightarrow \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \\ \vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \text{ - криволинейное движение} \\ \vec{a} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} \text{ - криволинейное движение}$$

- Криволинейное движение M относительно вращающейся системы отсчета. Равномерное вращение:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi(t) \\ \eta = \eta(t) \\ \chi = \chi(t) \end{cases} \Rightarrow \vec{r} = \varphi\vec{\lambda} + \eta\vec{u} + \chi\vec{v} \text{ - равномерное вращение} \\ \vec{v} = \dot{\varphi}\vec{\lambda} + \dot{\eta}\vec{u} + \dot{\chi}\vec{v} \text{ - равномерное вращение} \\ \vec{a} = \ddot{\varphi}\vec{\lambda} + \ddot{\eta}\vec{u} + \ddot{\chi}\vec{v} \text{ - равномерное вращение}$$

- Криволинейное движение M, с учетом вращения и движения. Криволинейное движение. Криволинейное движение M относительно вращающейся системы отсчета. Криволинейное движение.

- Криволинейное движение M, с учетом вращения и движения. Криволинейное движение. Криволинейное движение M относительно вращающейся системы отсчета. Криволинейное движение.

40. Криволинейное движение M относительно вращающейся системы отсчета.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{p} = \vec{r}_0 + \varphi\vec{\lambda} + \eta\vec{u} + \chi\vec{v} \quad \dot{\vec{p}} = \vec{v}_r + \vec{\omega} \times (\varphi\vec{\lambda} + \eta\vec{u} + \chi\vec{v}) \\ [\vec{r}_0 = \vec{O}_0\vec{O}_1, \vec{p} = \vec{O}_1\vec{M}] \quad \dot{\vec{p}} = \frac{d\vec{p}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{p} = \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{p}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}_0 + \dot{\vec{p}}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_r + \vec{\omega} \times \vec{p}$$

- Момент вращения M относительно оси I, когда $\vec{v}_r = 0$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \times \vec{p}$$

$$\left[\begin{aligned} \dot{\vec{r}}_0 &= \vec{v}_0 \\ \dot{\vec{p}} &= \dot{\varphi}\vec{\lambda} + \dot{\eta}\vec{u} + \dot{\chi}\vec{v} \\ \vec{v}_r &= \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\varphi}\vec{\lambda} + \dot{\eta}\vec{u} + \dot{\chi}\vec{v} \\ \vec{\lambda} &= \vec{\omega} \times \vec{\lambda}, \vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{u}, \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{v} \end{aligned} \right]$$

$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_r$ - αίσθημα δρμα ωσς M ζυγνάζε λεωτορεν νλνρ
 ὕψωνε κ ραυλνλε δρμα.

$\hookrightarrow \vec{V}_p = \vec{V}_{o_1} + \vec{\omega} \times \vec{P}$

• νηλνννννν:

I) $V = \sqrt{V_p^2 + V_r^2 + 2V_r V_p \cos \chi(\vec{V}_p, \vec{V}_r)}$

II) $V_x = V_{px} + V_{rx}, V_y = V_{py} + V_{ry}, V_z = V_{pz} + V_{rz}$

$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}, \cos \chi(\vec{V}, \vec{V}') = \frac{V_x}{V} \dots$

• αίσθημα αίσθημα

α) πλεο I λννν ραυλν νηλνν: $\vec{V}_p = \vec{V}_{o_1} + \vec{\omega} \times \vec{P} = \vec{V}_{o_1} + \vec{V}_M^{o_1}$

δ) πλεο I α αλνλε οκ νηλννννν νηλνν: $V_p = \vec{\omega} \times \vec{P}$

ε) - II - οκ: $\vec{V}_p = \omega_z \vec{k} \times \vec{P}$

ζ) πλεο I λννν ὕψωννννν νηλνν: $\vec{V}_r = \vec{V}_{o_1}$

41. ὕψωνννννννννννν.

$\vec{a} = \vec{V} = \vec{V}_{o_1} + \vec{\omega} \times \vec{P} + \vec{\omega} \times \vec{P} + \vec{V}_r$

$[\vec{V}_{o_1} = \vec{a}_{o_1}, \vec{\omega} = \vec{E}]$

$\vec{V}_r = \frac{d\vec{V}_r}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{V}_r = \vec{a}_r + \vec{\omega} \times \vec{V}_r$
 $\vec{a}_r = \frac{d\vec{V}_r}{dt} = \frac{d^2\vec{P}}{dt^2} = \ddot{\lambda}\vec{e}_1 + \ddot{\eta}\vec{e}_2 + \ddot{\zeta}\vec{e}_3$

$2\vec{\omega} \times \vec{V}_r$ - κορυμνννννννννννν
 $\vec{a}_{cor} = 2\omega V_r \sin \chi(\vec{\omega}, \vec{V}_r)$

$\vec{a} = \vec{a}_{o_1} + \vec{E} \times \vec{P} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{P}) + \vec{a}_r + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_r$

- λογν νηλνν M νη λννν ραυλνννννννννννν, $\vec{a}_r = \vec{V}_r = 0$, να α αλογν

$a_p = \vec{a}_{o_1} + \vec{E} \times \vec{P} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{P}) \Rightarrow \vec{a}_p = \vec{a}_{o_1} + \vec{E} \times \vec{P} + \vec{\omega} \times \vec{V}_M^{o_1}$

↳ ὕψωνννννννννννν νηλνν I, λογν λνννννννννννν νηλννννν, α νηλνν α ὕψωνν νηλνν M.

κορυμνννννννννννν
 $\vec{a}_{cor} = 2\vec{\omega} \times \vec{V}_r$

- Γεγονος 0 η 3 κυματα:

1) $\omega=0$, $\vec{\omega}$ περιστροφικο

2) $V_r=0$, $\vec{\omega}$ αλλα σε κα κατε περιστροφικο

3) $\vec{\omega} \parallel \vec{V}_r$

- Γιατα $\vec{a}_{\text{cent}}$ γυρουν σε κα πολον $\vec{\omega}$ η $\vec{V}_r$, ο μετ $\vec{\omega}$ ειναι ο γενομενός σε $\vec{V}_r$ αλλα σε κα κατε περιστροφικο $\vec{a}_{\text{cent}}$ αρωτερε $\vec{\omega}$ ειναι κα μετ. περιστροφικο.

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t + \vec{a}_{\text{cent}}$$

• αλλις: $\begin{cases} a_x = a_{rx} + a_{tx} + a_{\text{cent}x} \\ \vdots \end{cases} \Rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

• Γιατα μετ: $\cos \angle(\vec{a}, \vec{v}) = \frac{a_x}{a} \dots$

• αλλις κυματα:

α) Πρωτο I κυμα περιστροφικο: $\vec{a}_p = \vec{a}_{o1} + \vec{E} \times \vec{P} + \vec{\omega} \times \vec{V}_M^{o1}$

β) - II - αρωτερε στο περιστ. $\vec{\omega}$ αλλις: $\vec{a}_{o1}=0, a_p = \vec{E} \times \vec{P} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{P})$

γ) - II - σε: $\vec{a}_p = \vec{E}_2 \times \vec{P} + \omega_2 \vec{k} \times (\omega_2 \vec{k} \times \vec{P})$

δ) περιστροφικο: $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t = \vec{a}_{o1} + \vec{a}_t$

42. Динамика тешке - основни закони динамике

Динамика је део теорије масених тела изучава мех. покретност материјалних објеката у односу на време и положај тела у простору који изазивају ње покретност.

Материјално тело је непрекидно средина континуум динамике.

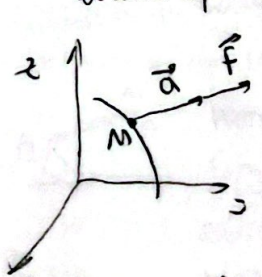
Криво тело - покретност између две тачке где тело се не мења

I) Закон инерције

Почивајућа материјална тачка наставиће у савршено праволинијском покрету са једнаком брзином. Инерција - својство тела да се не мења у односу на друге мех. објекте. Инерција - тенденција тела да задржи тренутно стање. Инерцијални коор. систем - коор. систем где важи I Н.З.

II) Основни закон динамике

Убрзање мат. тачке пропорционално је сили која делује на тачку и има праву и смер исте силе.



$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}} \quad F = ma = m_1 a_1 \rightarrow m = m_1 \frac{a_1}{a}$$

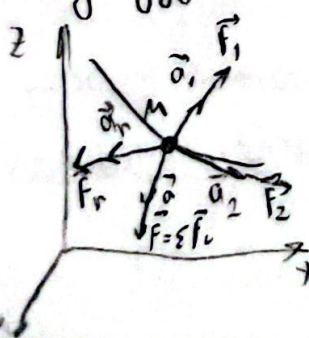
- убрзање земљине тачке: $\frac{F_1}{m_1} = \frac{F}{m} = g$

III) Јединство и универзалност

Силе које имају исте тачке деловања једни на други могу бити најбоље линије, једносмерне или двосмерне, а савршене силе.

IV) Примери силе - Закон независности дејства сила

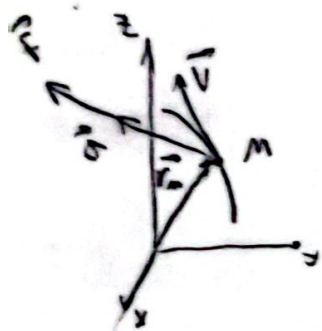
Ако на материјалну тачку истовремено делује више сила, њихово убрзање савршено од сваке силе постојно не зависи од осталих сила које делују на мат. тачку.



$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n); \vec{F}_i = m \vec{a}_i, i=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \sum_{i=1}^n m \cdot \vec{a}_i \Rightarrow \boxed{m \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i}$$

43. дуп. ж-не криволинейное движение



$$m \ddot{\vec{r}} = \vec{F}$$

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

$$m \ddot{\vec{r}} = \vec{f}(t, \vec{r}, \vec{v}) \rightarrow \text{криволинейное движение}$$

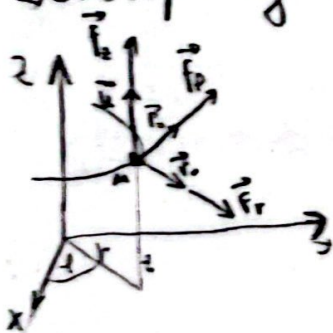
1) Description ...

$$\begin{cases} m \ddot{x} = X(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \\ m \ddot{y} = Y(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \\ m \ddot{z} = Z(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{группа ж-не} \\ y \text{ } 0, z \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} m \ddot{x} = X(t, x, y, \dot{x}, \dot{y}) \\ m \ddot{y} = Y(t, x, y, \dot{x}, \dot{y}) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{группа ж-не} \\ y \text{ } 0, z \end{array} \right.$$

$$m \ddot{x} = X(t, x, \dot{x}) \rightarrow y \text{ } 0, z$$

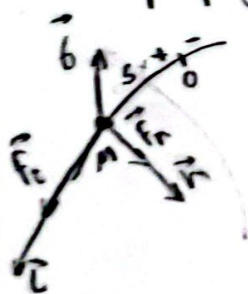
2) Плоское движение.



$$\begin{aligned} m a_r &= m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = F_r \\ m a_{\varphi} &= m(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) = F_{\varphi} \\ m a_z &= m \ddot{z} = F_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) &= F_r \\ m(r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi}) &= F_{\varphi} \end{aligned}$$

3) Плоское движение



$$\begin{aligned} m a_t &= m \dot{s} = F_t \\ m a_n &= m \frac{\dot{s}^2}{R_k} = F_n \\ m a_b &= 0 = F_b \end{aligned}$$

44. Основни закони гравитације

1. Гравитација (гравитација)

- Опређује силу ако знамо масу и положај

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$\ddot{\vec{r}} = \ddot{\vec{r}}, \vec{F} = m\ddot{\vec{r}}, \ddot{\vec{r}} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}, x = m\ddot{x}, y = m\ddot{y}, z = m\ddot{z}, F = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\cos \theta(\vec{F}, \vec{r}) = \frac{x}{F}$$

2. Гравитација (интеграција)

- Опређује кретање ако знамо m и $\vec{r}_0, \vec{v}_0$

$$m \cdot \ddot{\vec{r}} = \vec{F}/S$$

$$\vec{r} = \vec{r}(t, \vec{r}_0, \vec{v}_0)$$

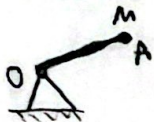
$$\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0), \vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$$

$$C_i = g_i(t_0, \vec{r}_0, \vec{v}_0) \Rightarrow \vec{r} = \vec{r}(t, t_0, \vec{r}_0, \vec{v}_0)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}(t) \\ \vec{F} &= \vec{F}(\vec{r}) \\ \vec{F} &= \vec{F}(\vec{v}) \end{aligned} \right\} \vec{F} = \vec{F}(t, \vec{r}, \vec{v})$$

45. Динамика леза и везе - основни закони

Питања кога се савремена гравитација дало кога основној уопштеној, или да се кретање дало кога другим, постоје лезна веза. Уколико напредујући веза да кога дало кога основној уопштеној, или је немогућност кретање жељеном другим постоје леза. Сви кога веза M дефинише на OA



Постоје опређивање на лева. Сва кога лева дефинише на везу је реализује лева. Постоје немогуће везе може се објаснити то кретање постоје везе ако се лева уопште, а дефинише лева на везу чиме реализује лева. $m\ddot{a} = \vec{F} + \vec{R}$ реализује лева

46. Веза. Ј-на лева. Координатна лева.

$$x^2 + y^2 + z^2 - l^2 = 0 \rightarrow j\text{-на лева}$$

$$\begin{aligned} & \vec{r} = \vec{r}(t) \\ & x^2 + y^2 + z^2 - l^2 = 0 \\ & M(x, y, z) \\ & f(x, y, z) = 0 \\ & f_1(x, y, z) = 0, f_2(x, y, z) = 0 \end{aligned}$$

1) Једна лева:

a) Једна лева (линеарна)

б) Крива лева (нелинеарна) $\rightarrow$ не може да се интегрише

* Везе су теоријске ако савременој само основној лези вези.

Везе су класичне ако брзо основној савременој и класичној лези вези.

$$\text{теоријска: } x^2 + y^2 + z^2 - l^2 = 0 \dots (1)$$

$$f(x, y, z) = 0 \dots (2)$$

$$f_1(x, y, z) = 0, f_2(x, y, z) = 0 \dots (3)$$

класична:

$$f(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = 0 \dots (4)$$

II) Логика

- а) адиуности → Анализа на параметрите у истој времени. (не зависи од t). (1)...(4)
 б) неадиуности → зависи од t . $f(x, y, z, t) = 0 \dots (5)$

III) Логика

- а) гомогенозита - Тригонала $\vec{v}$ или да се дефинише крива или на некој $\vec{v}$ или. (1)...(5); Упростила се деградација.

- б) негомогенозита - Понека може најбољим лежи у истој крива и $\vec{v}$ или да се дефинише. Упростила се недеградација



$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 \leq 0 \dots (6)$$

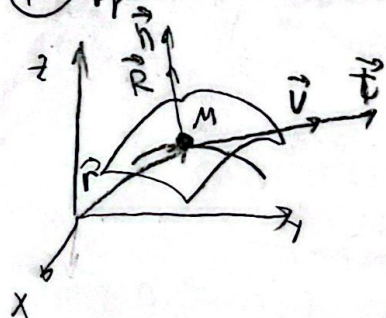
IV) Логика

- а) Углед - Ако се нека реакција извршава на $\vec{v}$ или да се дефинише $\vec{R} = \vec{N}$

- б) Реакција - Ако се нека реакција лежи $\vec{R}$ или да се дефинише $\vec{N}$ у $\vec{v}$ или да се дефинише $\vec{F}_T$ у $\vec{v}$ или да се дефинише $\vec{F}_T = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$ или $\vec{v}$ или

- Ако се реакција лежи деградација или $(\vec{R} = 0)$ у истој крива, онда се деградација.

47. Крива $\vec{v}$ или да се дефинише $\vec{R} = 0$ или да се дефинише $\vec{v}$ или



$f(x, y, z) = 0 \rightarrow$ крива, $\vec{v}$ или да се дефинише $\vec{R} = 0$ или да се дефинише $\vec{v}$ или

$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \vec{R}$$

$$\text{grad} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}, \quad \text{grad} f = |\text{grad} f| \vec{n}$$

$$\vec{R} = \vec{N} = \lambda \text{grad} f, \quad \text{конкретно } m\vec{a} = \vec{F}^a + \lambda \text{grad} f \quad (\text{или const. } \lambda)$$

$$N = |\lambda| \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \lambda \text{grad} f / \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$$

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= x^a + \lambda \frac{\partial f}{\partial x} \\ m\ddot{y} &= y^a + \lambda \frac{\partial f}{\partial y} \\ m\ddot{z} &= z^a + \lambda \frac{\partial f}{\partial z} \end{aligned} \rightarrow \text{конкретно } \vec{F}^a \text{ или } \vec{F}^a$$

- 4 параметра (x, y, z, λ)

48. Κινούμενο σώμα ως ζυγαριάς με κεντρικής κίνησης σώμα

$$f(x, y, z) = 0$$

$$m\vec{a} = \vec{R} + \vec{F}^a; \vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_T$$

$$\vec{N} = \text{grad} f \cdot \lambda$$

$$\vec{F}_T = -f_T \frac{\vec{v}}{v} \rightarrow \vec{F}_T = \mu N \frac{\vec{v}}{v}$$

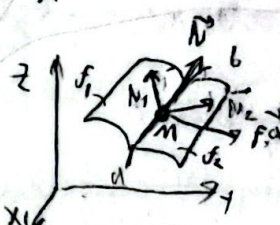
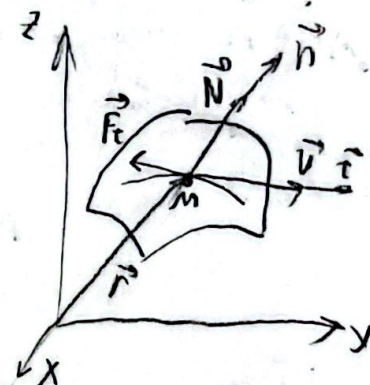
$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \lambda \text{grad} f - \mu N \frac{\vec{v}}{v} \quad / i, j, k$$

$$m\ddot{x} = \dot{x}^a + \lambda \frac{df}{dx} - \mu |\lambda \text{grad} f| \frac{\dot{x}}{v}$$

$$m\ddot{y} = \dot{y}^a + \lambda \frac{df}{dy} - \mu |\lambda \text{grad} f| \frac{\dot{y}}{v}$$

$$m\ddot{z} = \dot{z}^a + \lambda \frac{df}{dz} - \mu |\lambda \text{grad} f| \frac{\dot{z}}{v}$$

4 κινητικές
(x, y, z, λ)



49. -||- κεντρικής κίνησης κινούμενου

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, y, z) &= 0 \\ f_2(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ κεντρική κίνηση}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \lambda_1 \text{grad} f_1 + \lambda_2 \text{grad} f_2$$

$$m\ddot{x} = \dot{x}^a + \lambda_1 \frac{df_1}{dx} + \lambda_2 \frac{df_2}{dx}$$

$$m\ddot{y} = \dot{y}^a + \lambda_1 \frac{df_1}{dy} + \lambda_2 \frac{df_2}{dy}$$

$$m\ddot{z} = \dot{z}^a + \lambda_1 \frac{df_1}{dz} + \lambda_2 \frac{df_2}{dz}$$

5 κινητικές
(x, y, z, λ1, λ2)

$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \vec{N}$$

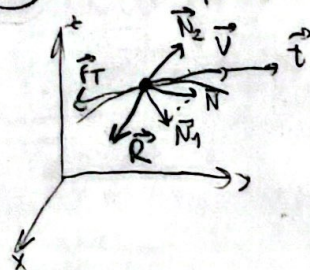
$$\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2$$

$$\vec{N}_1 = \lambda_1 \text{grad} f_1$$

$$\vec{N}_2 = \lambda_2 \text{grad} f_2$$

$$N = \sqrt{(N_{1x} + N_{2x})^2 + (N_{1y} + N_{2y})^2 + (N_{1z} + N_{2z})^2}$$

50. -||- κεντρικής κίνησης κινούμενου



$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \vec{R} \quad (\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_T), \quad (\vec{N} = \vec{N}_1 + \vec{N}_2), \quad (\vec{F}_T = -\mu N \frac{\vec{v}}{v})$$

$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \vec{N} + \vec{F}_T$$

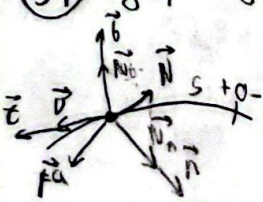
$$m\ddot{x} = \dot{x}^a + \lambda_1 \frac{df_1}{dx} + \lambda_2 \frac{df_2}{dx} - \mu |\lambda_1 \text{grad} f_1 + \lambda_2 \text{grad} f_2| \frac{\dot{x}}{v}$$

$$m\ddot{y} = \dots$$

$$m\ddot{z} = \dots$$

5 κινητικές
(x, y, z, λ1, λ2)

51. Σχετική γ-τε κεντρική κίνηση - κινούμενο ως κεντρική κίνηση



$$\vec{R} = \vec{N} = \vec{N}_n + \vec{N}_b$$

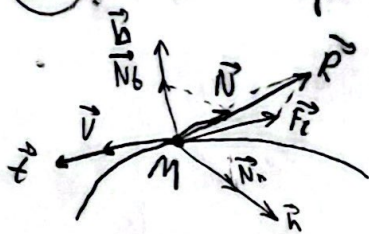
$$m\vec{a} = \vec{F}^a + \vec{N}_n + \vec{N}_b$$

$$\left. \begin{aligned} (1) \dots m\ddot{s} &= F_T^a \\ (2) \dots m\ddot{r}_k &= F_N^a + N_n \\ (3) \dots m\ddot{\theta} &= F_b^a + N_b \end{aligned} \right\} \text{ σχετική γ-τε κεντρική κίνηση}$$

Κινητικές: 1) $s = s(t)$

$$\left. \begin{aligned} 2) N_n \\ 3) N_b \end{aligned} \right\} N = \sqrt{N_n^2 + N_b^2}$$

52. -11- - Центар је до равнотеже тачке; некретности; убрзање



$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_T = \vec{N}_n + \vec{N}_b + \vec{F}_T = N_n \vec{e}_n + N_b \vec{e}_b - F_T \frac{\vec{v}}{v}$$

$$F_T = 4N = 4\sqrt{N_b^2 + N_n^2}$$

$$m\vec{a} = \vec{F}_g + \vec{N}_n + \vec{N}_b + \vec{F}_T \rightarrow \begin{cases} m\ddot{s} = F_T^a - 4\sqrt{N_n^2 + N_b^2} \frac{\dot{s}}{|\dot{s}|} \rightarrow s = s(t) \\ m\frac{\dot{s}^2}{R_k} = F_n^a + N_n \rightarrow N_n \\ m\dot{\phi}^2 = F_b^a + N_b \rightarrow N_b \end{cases}$$

53. Теж. маса - Центар маса

* Теж. маса

Материјални систем, односно истраживање се једним скаларним параметром који је маса. Одређено је са $m = \int_V dm$ где је „dm“ маса елементарне дељке истраживања, а интеграл је запремински.

Ако је одређено истраживање коначне запремине ΔV и маса Δm , онда се каже $\rho_{sr} = \frac{\Delta m}{\Delta V}$ густина средњег истраживања. Примером истраживања $\Delta V \rightarrow 0$,

$\left[\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \right]$. У сваком случају густина масе је функција од x, y, z , времена, температуре, итд. Замислимо се зависност од x, y, z $\rho = \rho(x, y, z)$. Ако је густина масе иста у свим тачкама материјала, $\rho = \text{const.}$ истраживање је хомогено. Такође је нехомогено ако се густина истраживања мења. $m = \int_V \rho dV$

* Центар маса

Центар маса или центар инерције је тачка материјалног система одређена следећим изразом:

$$\left[\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i = \frac{\vec{S}}{m}, m = \sum_{i=1}^n m_i \right]$$

Вектор $\vec{S} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i$ је статички момент маса мат. система. У

случају да је маса непрекидно подељена, онда важи: $\left[\begin{aligned} \vec{S} &= \int_V \vec{r} dm \\ \vec{r}_c &= \frac{1}{m} \int_V \vec{r} dm \end{aligned} \right]$

У односу на Декартов коор. систем:

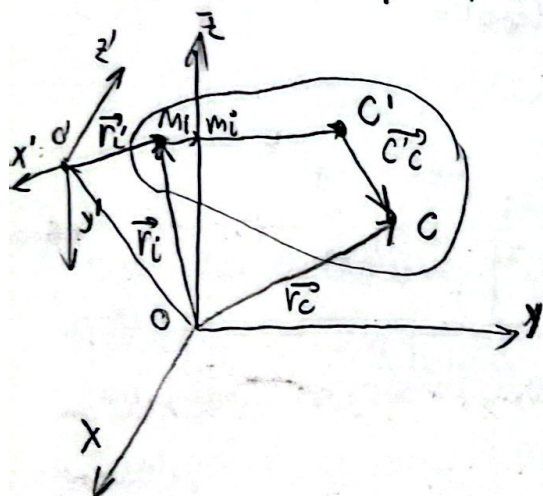
$$x_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i x_i ; y_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i y_i ; z_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i z_i$$

$$x = \frac{1}{m} \int_V x dm ; y = \frac{1}{m} \int_V y dm ; z = \frac{1}{m} \int_V z dm$$

- Центар маса мат. система, коју се постоји у одређеном делу тела, уклања се у еквиваленту тела

- Одлик центар масе:

1) Постоји центар маса различит од центра његовог коор. система, ако само од гравитационе масе.



Постојаће се његова M_i материјална система, могуће његовој одређен центарима $\vec{r}_i$ и $\vec{r}_i'$ у односу на коор. системе $Oxzy$ и $O'x'y'z'$. Требаће такође да његовој центар различит од центра коор. система.

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i m_i; \quad \vec{r}_c' = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i' m_i$$

$$[\vec{r}_i = \vec{OO'} + \vec{r}_i']$$

Одговори:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n (\vec{OO'} + \vec{r}_i') m_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{OO'} m_i + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i' m_i$$

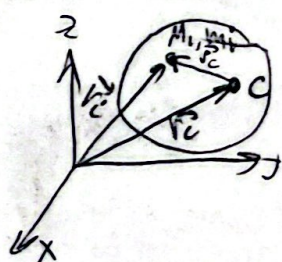
$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \vec{OO'} \sum_{i=1}^n m_i + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i' m_i = \frac{1}{m} \vec{OO'} m + \vec{r}_c' \rightarrow \boxed{\vec{r}_c = \vec{OO'} + \vec{r}_c'}$$

како може изгледати:

$$\left. \begin{aligned} \vec{r}_c &= \vec{OO'} + \vec{r}_c' + \vec{C'C} \\ \vec{r}_c &= \vec{OO'} + \vec{r}_c' \end{aligned} \right\} \boxed{\vec{C'C} = 0}$$

што је доказ да центар његовог коор. система нема утицаја на центар масе.

2) Савкупни момент у односу на центар масе једнак је нули



$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{r}_i m_i = \frac{1}{m} \vec{S}$$

Постоји средњи маса у односу на средњу масу:

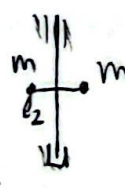
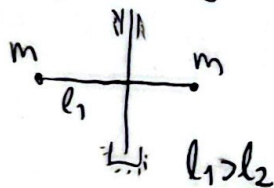
$$\vec{P}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{P}_i m_i = \frac{1}{m} \vec{S}'$$

савкупни момент у односу на средњу масу

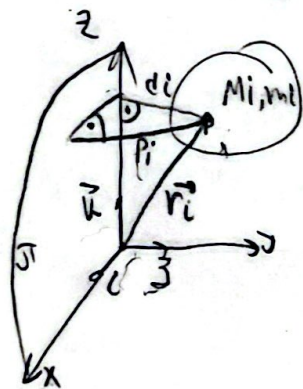
$$\vec{P}_c = \vec{CC'} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{S}' = m \vec{P}_c = 0}$$

54. Моменти инерције

За агеђулске масе, карактеристична мас. центар важи први инерцијални
критеријал главно је вертикална масу центар.



Масе, карактеристичне су агеђулске масеникуња и
укупна маса и ротација о све одређени.



Јакоби момент инерције:

$$J_O = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \dots (1)$$

Акугалски момент инерције:

$$J_z = \sum_{i=1}^n m_i (\vec{u} \times \vec{r}_i)^2 = \sum_{i=1}^n m_i d_i^2 \dots (2)$$

Момент инерције у агеђу на јаван П:

$$J_P = J_{Oxz} = \sum m_i p_i^2 \dots (3)$$

Укупна инерцијална ротација маса: $J_O = \int r^2 dm$, $J_z = \int d^2 dm$, $J_{Oxz} = \int \rho^2 dm$

Укупна на Јакоби центар:

$$J_O = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2); J_z = \sum_{i=1}^n m_i (x_i^2 + y_i^2); J_{Oxz} = \sum_{i=1}^n m_i x_i^2, \text{ а укупна}$$

инерцијална ротација маса:

$$J_O = \int (x^2 + y^2 + z^2) dm; J_z = \int (x^2 + y^2) dm; J_{Oxz} = \int x^2 dm$$

Момент инерције на сва агеђулску масу су саопшени мас. мт.

Укупна инерцијална момент на Јакоби центар: $\rightarrow +, -, 0$

$$J_{xy} = \sum_{i=1}^n m_i x_i y_i; J_{yz} = \sum_{i=1}^n m_i y_i z_i; J_{zx} = \sum_{i=1}^n m_i z_i x_i, \text{ а укупна}$$

инерцијална ротација маса:

$$J_{xy} = \int xy dm; J_{yz} = \int yz dm; J_{zx} = \int zx dm, \text{ где } \rho \text{ је}$$

иже је:

$$J_{xy} = J_{yx}; J_{yz} = J_{zy}; J_{zx} = J_{xz}$$

Ако су $J_{xz}=0$, $J_{yz}=0$ тога је ова Oz главна оса инерције у осци O .
 Круга са центром у којој се дефинише главно са инерције налази се
 средиштем масе C , тога је ова са главно централно са инерције.

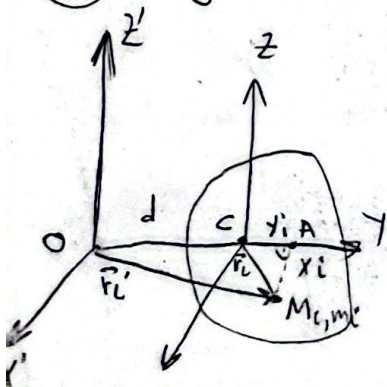
Ангументи и центрифугални момент инерције у матрици:

$$\begin{Bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z \end{Bmatrix} - \text{Тензор инерције: Тензор. керн.} \\ \text{редовно маса материјалног система} \\ \text{у дамој осци.}$$

Ако је систем симетричан вентеу два осци:

- 1) Мат. систем има једну мат. симетрију. У једно осци, дава са
 ујављена на једно симетрије са вентеу у вентеу осци не се
 кроз једно, је јављена са инерције у једно осци.
- 2) Мат. систем има две симетрије. У једно осци, са симетрије
 вентеу главно централно осци инерције, је се средиштем маса
 налази на једно осци.

55. Хојенс-Мингерова теорема



$$J_{Z'} = \sum m_i r_i'^2, J_{CZ} = \sum m_i r_i^2$$

Паралел ΔOAM_i :

$$r_i'^2 = (d + y_i)^2 + x_i^2 = d^2 + 2dy_i + r_i^2$$

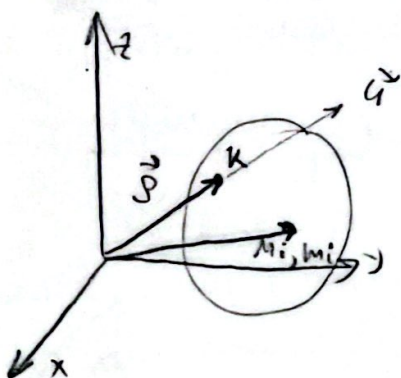
$$J_{OZ'} = \sum m_i (d^2 + 2dy_i + r_i^2) = \sum m_i d^2 + 2d \sum m_i y_i + \sum m_i r_i^2$$

$$[\sum m_i y_i = m y_c = 0]$$

$$J_{OZ'} = J_{CZ} + m d^2$$

Т: Момент инерције мат. система за неку осци једнак је
 збиром са вентеу мат. ин. (J_{CZ}) за вентеу осци и вентеу осци
 момента инерције (md^2).

(56) Меш. меш. у огню на брвнарама су које гонили. Емисија.

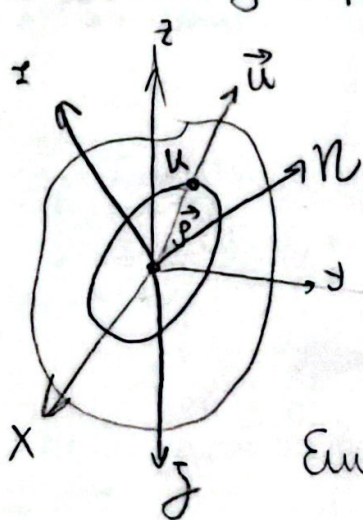


Помимо: $\alpha, \beta, \gamma, \beta_x, \beta_y, \beta_z, \beta_{xy}, \beta_{yz}, \beta_{zx}$.

$$J_u = \sum m_i (\vec{u} \times \vec{r}_i)^2 = \sum m_i \begin{vmatrix} \vec{u} & \vec{r}_i \\ \cos \alpha & \cos \beta \cos \gamma \\ x_i & y_i z_i \end{vmatrix}^2$$

$$\begin{aligned} 3u &= (\vec{U}(z \cos \beta - y \cos \gamma) - \vec{V}(z \cos \alpha - x \cos \gamma) + (\vec{y} \cos \alpha - \cos \beta \vec{x}_1) \vec{k})^2 \\ &= \int x \cos^2 \alpha + \int z \cos^2 \gamma + \int y \cos^2 \beta - 2 \int x y \cos \alpha \cos \beta - \\ &\quad - 2 \int y z \cos \beta \cos \gamma - 2 \int x z \cos \gamma \cos \alpha \quad (*) \end{aligned}$$

* Eintragstherapie:



$$\sigma_k = \rho = \frac{1}{\sqrt{J_n}}$$

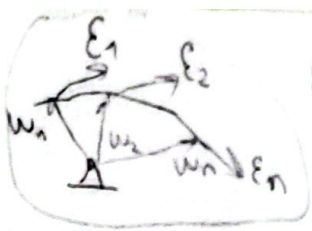
lösen: $\cos \alpha = \frac{x}{p}$, $\cos \beta = \frac{y}{p}$, $\cos \gamma = \frac{z}{p}$

$$(*) \rightarrow 1 = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2xy - 2yz - 2zx$$

$$f(x, t, z) = \text{[Diagram of a circle with a dot inside]} - 1 = 0$$

Einwirkung unternimmt 4. $\text{O} \cdot \text{H} \cdot \text{Z} \cdot \text{Z} : J_s^2 + J_n^2 + J_z^2 = 1$

Ако се $\vec{r}$ и $\vec{v}$ објекта са центра маса, $\vec{r}$ и $\vec{v}$ се изражавају
се $\vec{r}$ и $\vec{v}$ познато централно $\vec{r}$ и $\vec{v}$, а $\vec{r}$ и $\vec{v}$ се
симетрично $\vec{r}$ и $\vec{v}$ се изражавају.

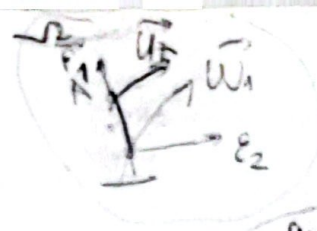


$$\vec{E} = \vec{w}_1 \vec{w}_1 + \vec{w}_2 \vec{w}_2 + \vec{w}_3 \vec{w}_3$$

$$\vec{E}_2: \vec{u}_N = \vec{w}_0$$

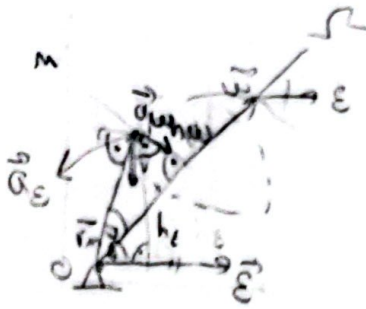
$$\vec{w}_0 = \vec{w}_1 \times \vec{w}_2$$

$$\vec{E}_2 = \vec{w} \vec{u}_N$$



$$a_{\omega} \perp \vec{w}, \vec{V} = \frac{d\vec{w}}{dt}$$

$$a_E \perp \vec{E}, \vec{V} = \frac{d\vec{E}}{dt}$$



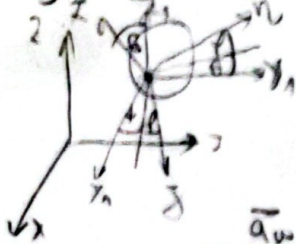
$$a = \frac{d}{dt}(\vec{w} \times \vec{r}) = \vec{w} \times \vec{r} + \vec{w} \times \vec{r}$$

$$\vec{a}_{\omega} = \vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{r}), a_{\omega} = \omega v \sin \alpha = h_{\omega} \omega^2$$

$$\vec{a}_E = \vec{E} \times \vec{r}, a_E = E r \sin \alpha = E h_E$$

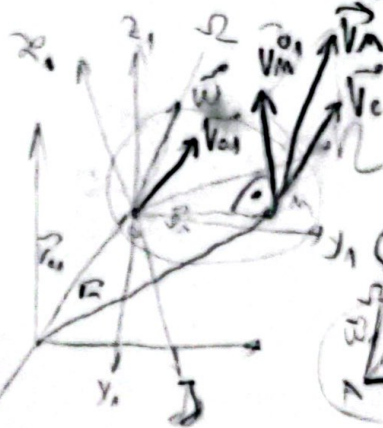
$$a_{E1} = E_1 h_{E1}, a_{E2} = E_2 h_{E2}$$

5) \vec{a}_{\omega} \vec{w} \vec{u}_E (6)



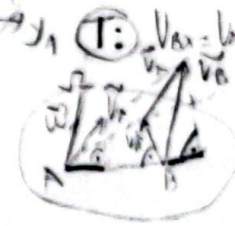
$$x_{c1} = f_1(t)$$

$$x_{c1}, y_{c1}, z_{c1}$$



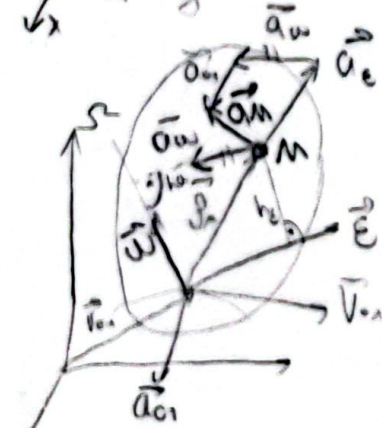
$$\vec{r}_M = \vec{r}_{c1} + \vec{r}_M$$

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{c1} + \vec{w} \times \vec{r}_M$$



$$\vec{v}_M = \vec{v}_{c1} + \vec{w} \times \vec{r}_M$$

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{c1} + \vec{w} \times \vec{r}_M$$



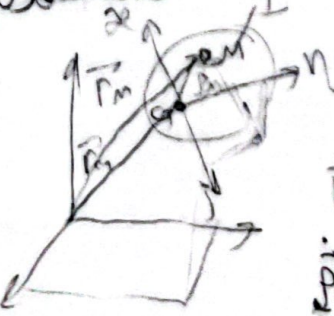
$$\vec{r}_M = \vec{r}_{c1} + \vec{r}_M$$

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{c1} + \vec{w} \times \vec{r}_M$$

$$a_M = \vec{a}_{c1} + \vec{E} \times \vec{r}_M + \vec{w} \times (\vec{w} \times \vec{r}_M) = \vec{a}_{c1} + \vec{a}_{\omega}$$

$$\vec{v}_r = \vec{a}_r + \vec{w} \times \vec{r}_r$$

6) \vec{a}_{\omega} \vec{w} \vec{u}_E



$$\vec{r}_M = \vec{r}_{c1} + \vec{r}_M$$

$$\vec{v}_M = \vec{v}_{c1} + \vec{w} \times \vec{r}_M$$

$$\vec{P} = \vec{r}_M + \vec{w} \times \vec{r}_M$$

$$\vec{V}_r = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{v}_{c1} + \vec{w} \times \vec{r}_M$$

$$\vec{V}_r = \vec{v}_{c1} + \vec{w} \times \vec{r}_M$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{c1} + \vec{E} \times \vec{P} + \vec{w} \times (\vec{v}_r + \vec{w} \times \vec{P}) + \vec{V}_r$$

$$\vec{a} = \vec{a}_{c1} + \vec{E} \times \vec{P} + \vec{w} \times (\vec{v}_r + \vec{w} \times \vec{P}) + \vec{V}_r$$